



# WHITE PAPERS

---

ASK-RD-ENG-061

R&D Department

ARYA SEPEHR KAYHAN (ASK) | SHAHID SALIMI INDUSTRIAL CITY, TABRIZ, IRAN

شرکت آریا سپهر کیهان با نام اختصاری ASK، طراح و تولیدکننده پمپ های گریز از مرکز و روتاری و ارائه دهنده راهکارهای بهینه سازی سیستم های فرایندی و پمپاژ می باشد.

---

## توجه!

مقالات تخصصی با عنوان White Papers جهت افزایش دانش عمومی پمپ ها در بخش تحقیق و توسعه این شرکت نگارش شده است. استفاده از این مقالات رایگان می باشد و لازم است جهت استفاده از محتویات آن به موارد ذیل توجه فرمایید:

- 1- انتشار مجدد مطالب مقالات (به شکل اولیه و بدون تغییر در ساختار محتوایی و ظاهری) با ذکر منبع، بلامانع است.
- 2- استفاده تجاری از محتویات مقالات در نشریات مجاز نمی باشد.

# تحلیل خیز شفت یک پمپ سانتریفیوژ چند طبقه

## مقدمه

به پمپی که دو یا چند پره داشته باشد، پمپ چند طبقه می گویند. پره های این پمپ ها می توانند روی یک شفت نصب شوند یا از شفت های متفاوتی استفاده کرد. برای دستیابی به فشار بیشتر پره های این پمپ ها به صورت متوالی روی یک شفت و برای دستیابی به دبی بالاتر پره ها به صورت موازی هم روی شفت های متفاوت نصب می شوند. معمولاً از حالت اول برای پمپ های چند طبقه استفاده می شود.

تحلیل دینامیکی شفت به معنای تعیین رفتار شفت در بارگزاری های دینامیکی است. این رفتار دینامیکی شامل جابجایی عمودی شفت در نقاط مختلف آن (خیز) و سرعت های دورانی ای که در آن وضعیت بحرانی پیش می آید می شود. در این مقاله تلاش شده است که با ارائه مثالی تحلیل دینامیکی یک شفت به صورت یک الگوریتم بیان شود.

مثال ارائه شده در این مقاله طراحی شفت برای یک پمپ سانتریفیوژ شش طبقه است که پره های آن میان دو یاتاقان قرار گرفته اند. (BB) دیگر اطلاعات مربوط به این پمپ در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱

واحد	مقدار	پارامتر
$\frac{m^3}{hr}$	۱۵۰	دبی
m	۶۰۰	هد
rpm	۳۰۰۰	دور موتور
kW	۶۵۰	توان
m	۲/۸	طول شفت
mm	۷۰	قطر میانگین شفت
mm	۲۸۰	قطر خروجی پره
mm	۱۱۰	قطر ورودی پره
mm	۱۲۷	قطر مکش
mm	۱۹	ضخامت خروجی پره
bar	۹/۸۱	اختلاف فشار

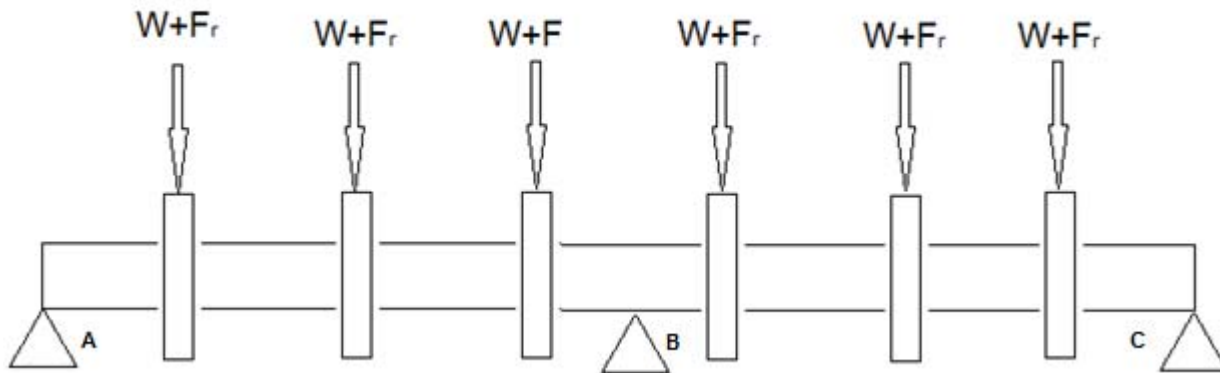
## شماتیک روتور

شماتیک روتور در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل  $W$  وزن هر پره و  $F_r$  نیروی شعاعی وارد بر هر پره است. علاوه بر دو نیروی نشان داده شده نیروی وزن شفت نیز به صورت گسترده وجود دارد. همچنین نیروهای محوری به دلیل خنثی کردن یکدیگر وارد محاسبات نمی شوند. برای محاسبه وزن پره و شفت می توان آنها را به ترتیب با یک دیسک دو شعاعی و استوانه توپر مدل کرد.

وزن پره:

$$W_i = \rho g V = \rho g \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) b_2$$

$$W_i = 7900 \times 9.81 \times \frac{\pi}{4} \times (0.28^2 - 0.11^2) \times 0.019 = 76.7 N$$



شکل ۱

وزن شفت:

$$W_{sh} = \rho g V = \rho g \frac{\pi}{4} d_{sh}^2 \times L$$

$$W_{sh} = 7900 \times 9.81 \times \frac{\pi}{4} \times 0.09^2 \times 2.8 = 1380.4 N$$

برای محاسبه نیروی شعاعی وارد بر هر پره از رابطه ارائه شده توسط گولیچ استفاده می شود:

$$F_R = K_R \rho g H d_2 b_2$$

که در آن  $K_R$  ضریب نیروی شعاعی است و برای یک پمپ سانتریفیوژ در بازه  $0.03 - 0.08$  می باشد. برای بحرانی ترین حالت مقدار این ضریب  $0.08$  در نظر گرفته می شود. پی:

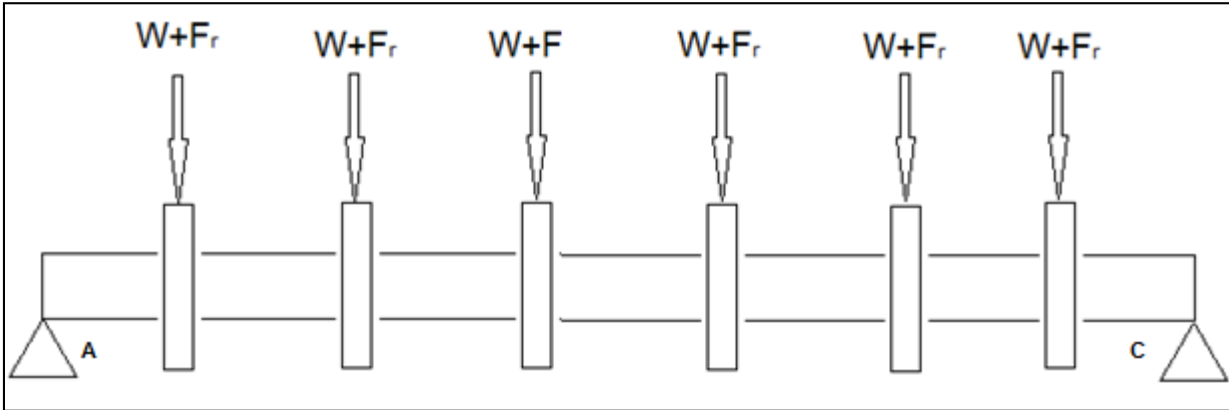
$$F_R = K_R \rho g H d_2 b_2 = 0.08 \times 1000 \times 9.81 \times 100 \times 0.28 \times 0.019 = 417.5 N$$

همانطور که از شماتیک مدل مشخص است، این مسئله از نظر استاتیکی نامعین است. به اصطلاح به چنین تیرهایی، تیرهای هاپیر استاتیک گفته می شود. برای تعیین نیروهای تکیه گاهی این تیرها باید از روش جابجایی با روش سوپرپوزیشن استفاده کرد. در این مقاله از روش سوپرپوزیشن استفاده شده است.

روش سوپرپوزیشن بر اساس اصل اجتماع نیروها برقرار شده است. در روش سوپر پوزیشن ابتدا واکنش های اضافی تعیین می شوند. سپس با برداشتن واکنش های اضافی سازه مبنا تشکیل می شود. خیز و شیب هر نقطه از سازه مبنا با استفاده از روش های اولیه تعیین می شود. پس از آن، واکنش های اضافی مشخص شده را به صورت بار خارجی به سازه مبنا وارد می کنیم و خیز و شیب تیر

را محاسبه می کنیم. با استفاده از اصل اجتماع نیروها جابجایی کل در هر نقطه از برهم نهی جابجایی در اثر هر نیرو به دست می آید.

در مسئله پیش رو واکنش تکیه گاه  $B$  به عنوان واکنش اضافی تعیین می شود. به این ترتیب سازه مینا به صورت شکل ۲ است. حال در سازه مینا باید تغییر مکان نقطه  $B$  تعیین شود. به همین منظور می توان از شکل ۳ و جدول ۲ استفاده کرد.



شکل ۲

جدول ۳

Beam and Loading	Elastic Curve	Maximum Deflection	Slope at End	Equation of Elastic Curve
<p>5</p>		<p>For <math>a &gt; b</math>:</p> $\frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI}$ <p>at <math>x_m = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}</math></p>	$\theta_A = -\frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EI}$ $\theta_B = +\frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EI}$	<p>For <math>x &lt; a</math>:</p> $y = \frac{Pb}{6EI} [x^3 - (L^2 - b^2)x]$ <p>For <math>x = a</math>: <math>y = -\frac{Pa^2b^2}{3EI}</math></p>
<p>6</p>		$-\frac{5wL^4}{384EI}$	$\pm \frac{wL^3}{24EI}$	$y = -\frac{w}{24EI} (x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$

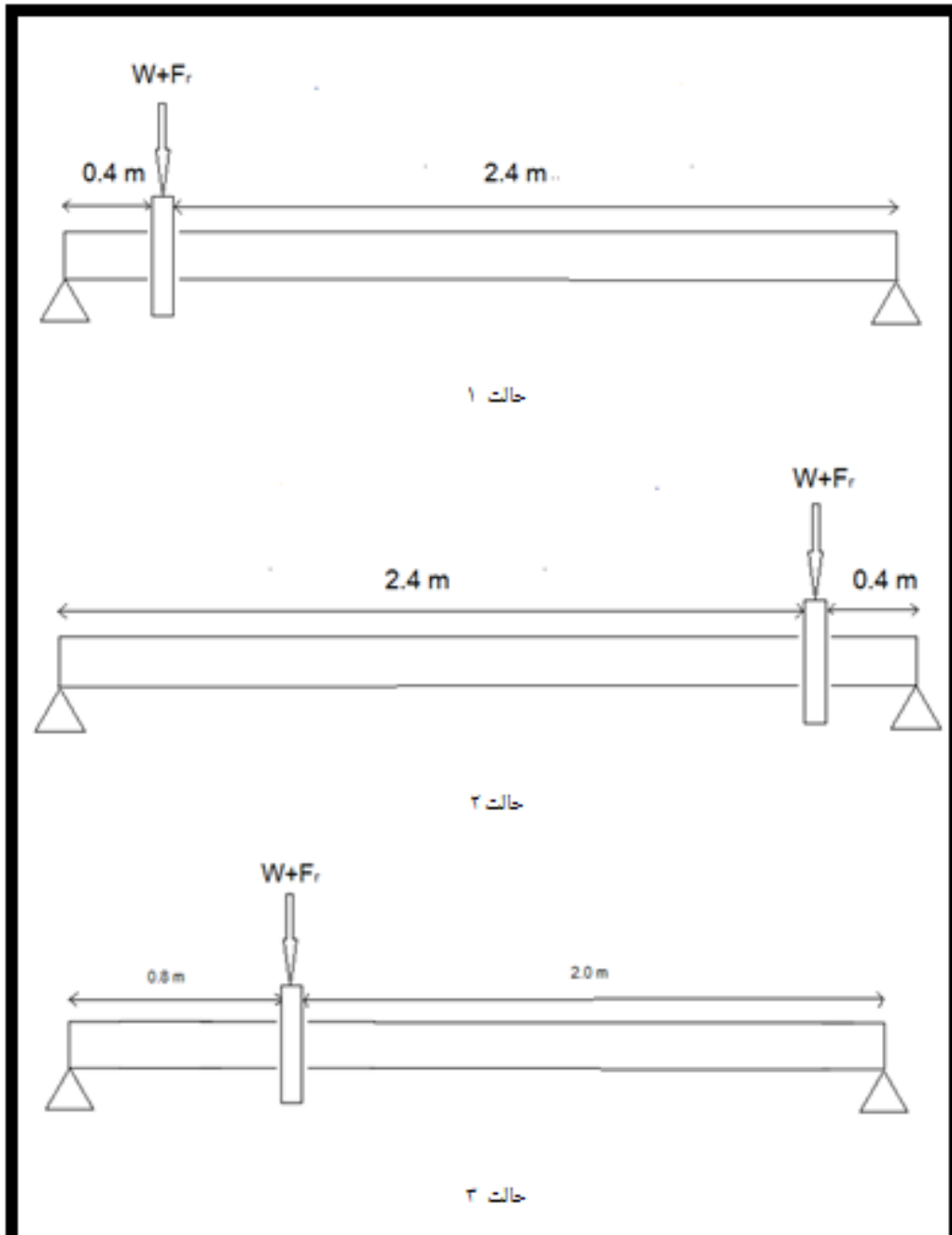
با توجه به اینکه تکیه گاه در نقطه  $B$  از نوع ساده است، تغییر مکان در این نقطه تعیین کننده خواهد بود. ممان اینرسی شفت مورد نظر از رابطه زیر به دست می آید:

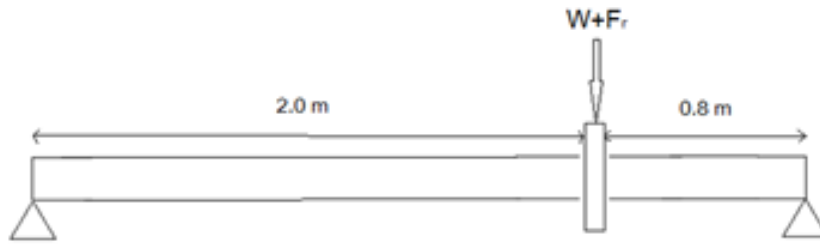
$$I = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{64} \times 0.07^4 = 1.17 \times 10^{-6} m^4$$

بارهای متمرکز وارد بر هر پره برابر است با:

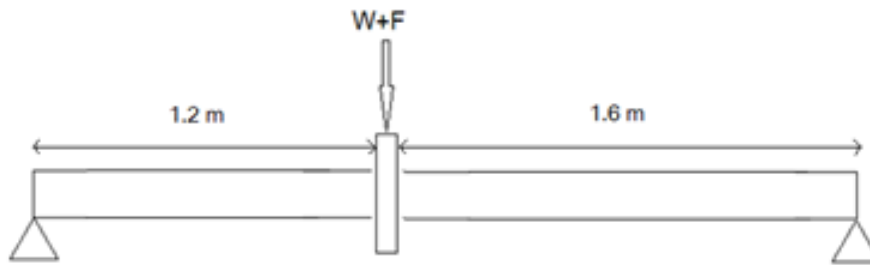
$$P_1 = W_i + F_r = 76.7 + 417.5 = 494.2 N$$

بار گسترده واره نیز وزن شفت می باشد. حال برای هر کدام از حالت ها سرعت بحرانی محاسبه می شود:

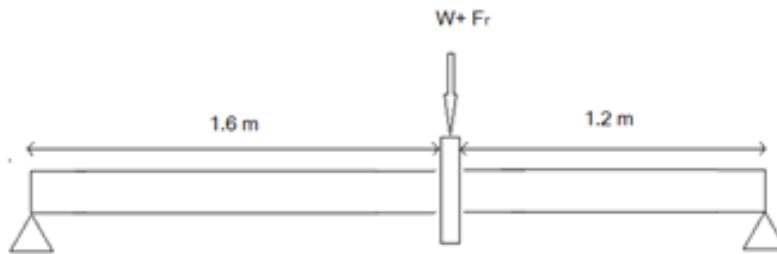




حالت ۲

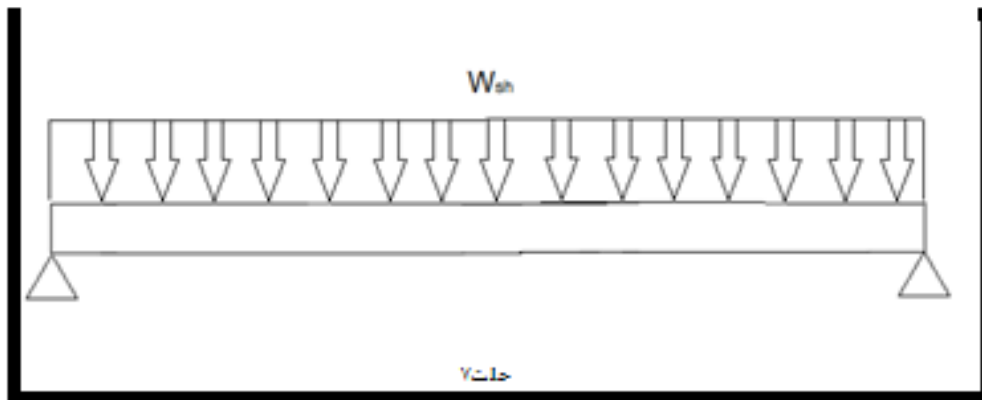


حالت ۵



حالت ۶



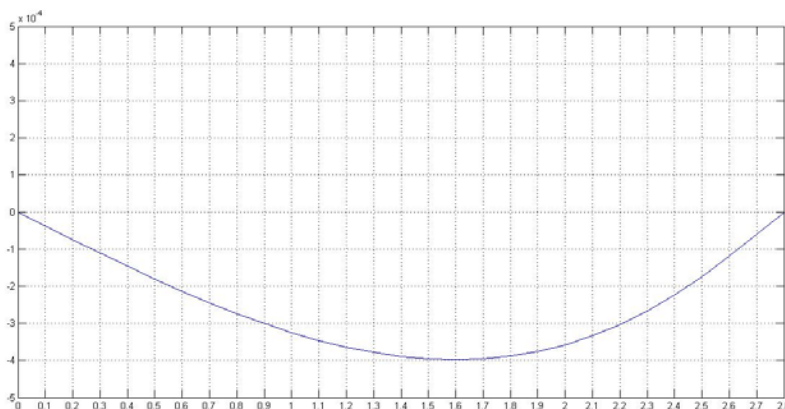


شکل ۳

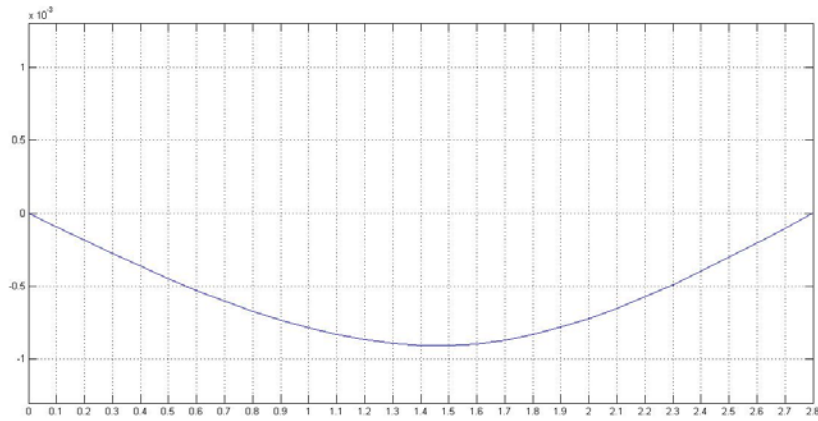
با استفاده از اطلاعات و شکل های فوق کدی در نرم افزار *MATLAB* نوشته شد که با استفاده از آن می توان جابجایی تیر را در هر نقطه و به ازای هر بار تعیین کرد. نتایج حاصل از این کد در شکلهای ۴ تا ۱۱ نشان داده شده است. بنا بر اصل سوپروپوزیشن باید مجموع جابجایی های ناشی از نیروهای نشان داده شده با جابجایی ناشی از نیروی تکیه گاه  $B$  برابر باشند. زیرا در تکیه گاه  $B$  خیزی وجود ندارد.

طبق نتیجه کد نوشته شده مجموع خیز این نیروها در نقطه  $B$  متر می باشد. پس:

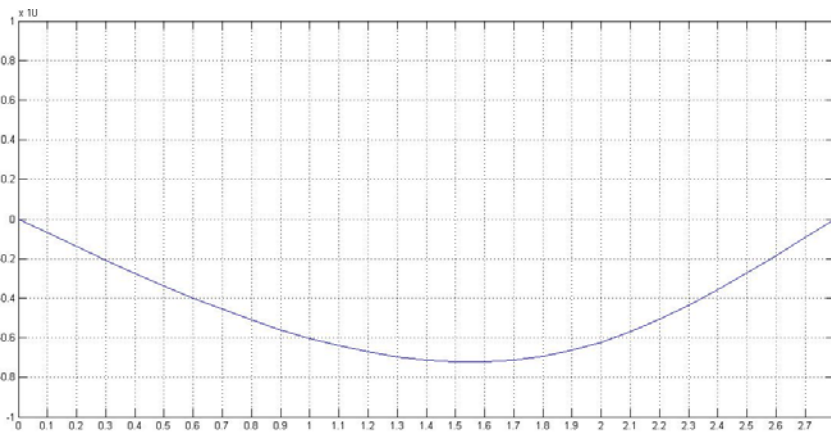
$$\frac{R_B L^3}{48EI} = 0.0056 \text{ m} \quad \rightarrow \quad R_B = \frac{0.0056 \times 48 \times 20.7 \times 10^{10} \times 1.17 \times 10^{-6}}{2.8^3} \quad \rightarrow \quad R_B = 2989 \text{ N}$$



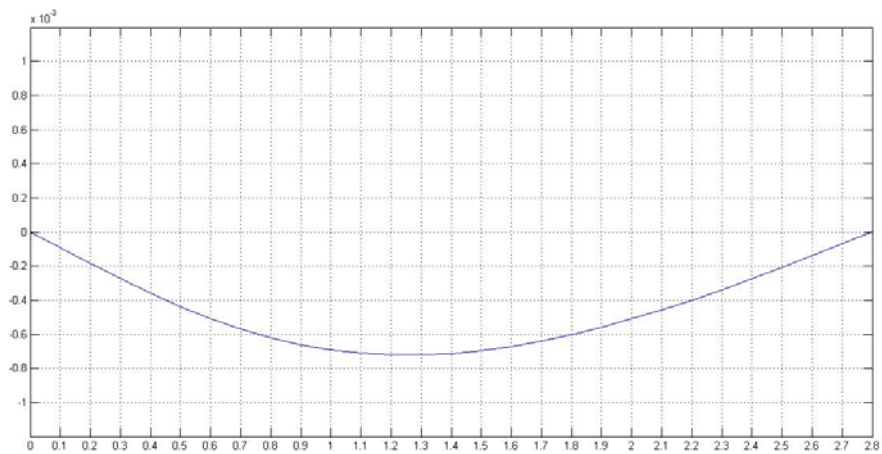
شکل ۴



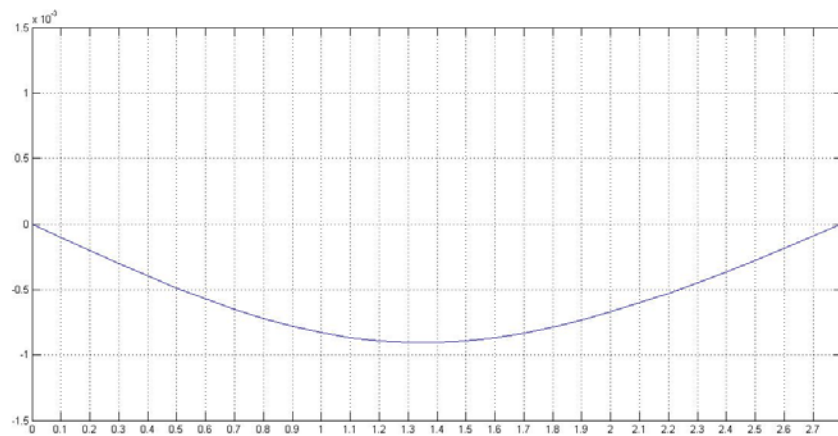
شکل ۵



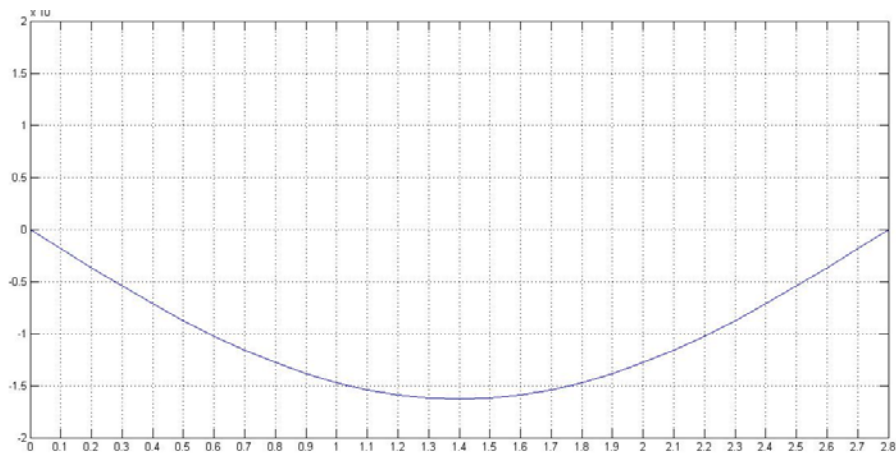
شکل ۶



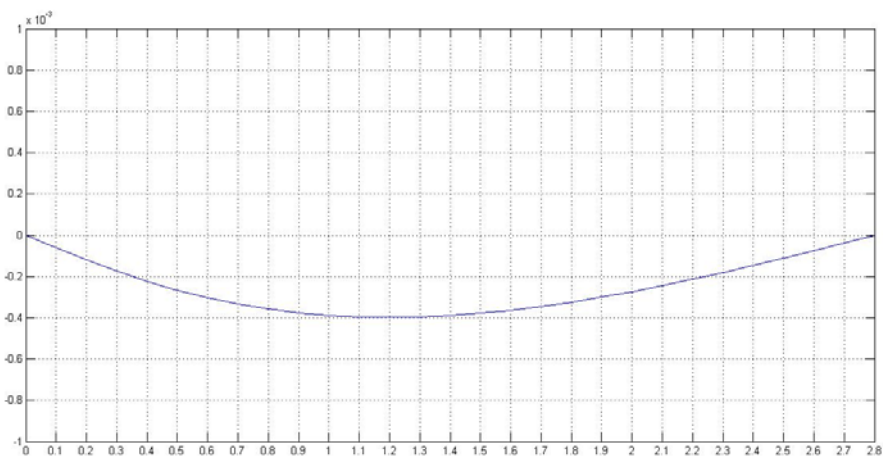
شکل ۷



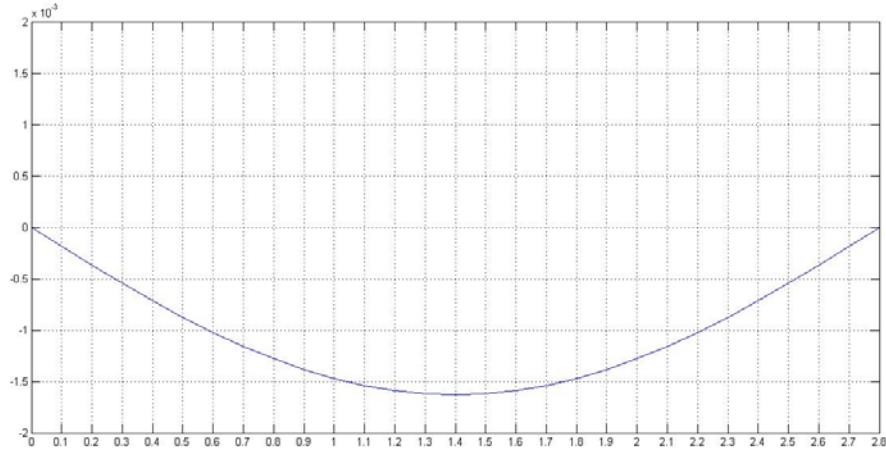
شکل ۸



شکل ۹

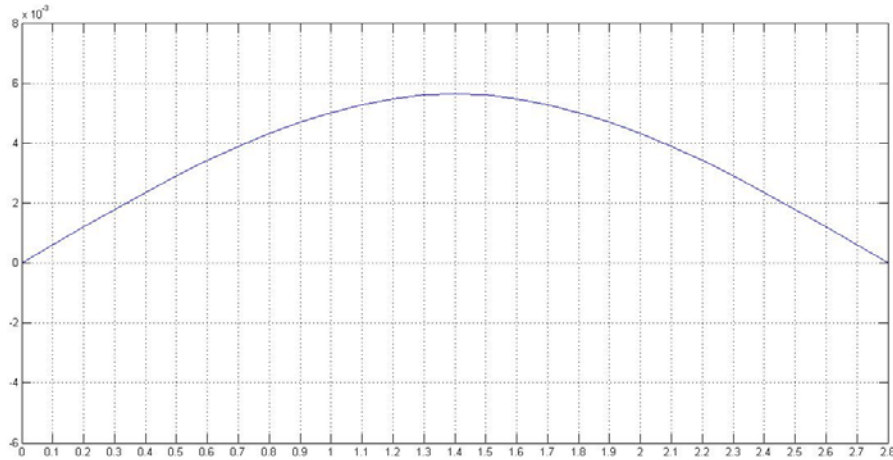


شکل ۱۰

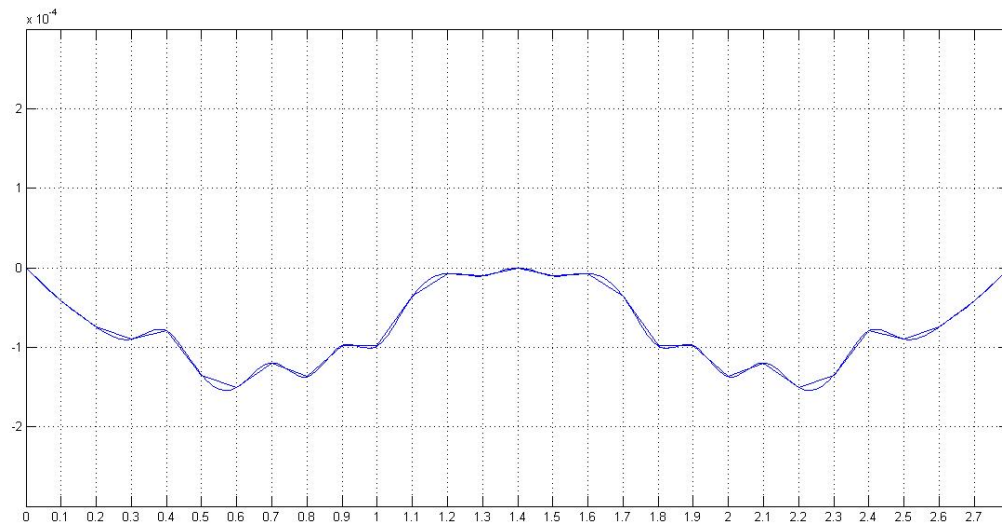


شکل ۱۱

با استفاده از مقدار نیروی به دست آمده می توان نموداری برای جابجایی احتمالی تیر در اثر نیرویی خارجی معادل نیروی تکیه گاهی مذکور رسم کرد که در شکل ۱۲ نشان داده شده است. با برهم نهی جابجایی های حاصل از هر نیرو جابجایی کل سازه مبنا به دست می آید که در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، نقطه بحرانی تیر از نظر خیز بین یاتاقان ها و به صورت متقارن است. این نقطه تقریباً در وسط یاتاقان ها قرار دارد و خیز حداکثر در آن  $0/00014$  متر می باشد.



شکل ۱۲



شکل ۱۳