



# WHITE PAPERS

---

ASK-RD-ENG-059

R&D Department

ARYA SEPEHR KAYHAN (ASK) | SHAHID SALIMI INDUSTRIAL CITY, TABRIZ, IRAN

شرکت آریا سپهر کیهان با نام اختصاری ASK، طراح و تولیدکننده پمپ های گریز از مرکز و روتاری و ارائه دهنده راهکارهای بهینه سازی سیستم های فرایندی و پمپاژ می باشد.

---

## توجه!

مقالات تخصصی با عنوان White Papers جهت افزایش دانش عمومی پمپ ها در بخش تحقیق و توسعه این شرکت نگارش شده است. استفاده از این مقالات رایگان می باشد و لازم است جهت استفاده از محتویات آن به موارد ذیل توجه فرمایید:

- 1- انتشار مجدد مطالب مقالات (به شکل اولیه و بدون تغییر در ساختار محتوایی و ظاهری) با ذکر منبع، بلامانع است.
- 2- استفاده تجاری از محتویات مقالات در نشریات مجاز نمی باشد.

محاسبات محور



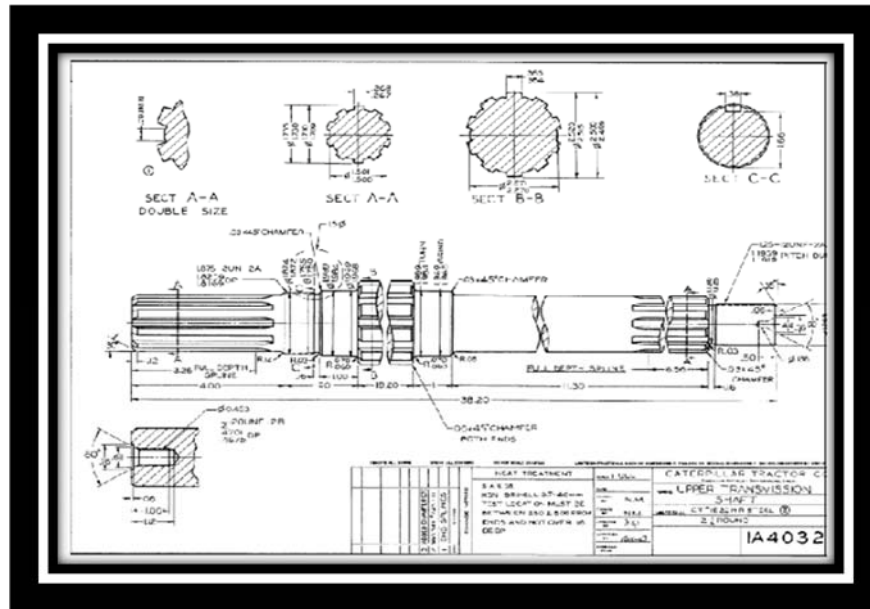
Shaft Calculations

محور، عضوی چرخشی یا ثابت و معمولاً با مقطع دایروی است که روی آن اجزایی مانند چرخ‌دنده‌ها، چرخ‌تسمه، چرخ‌لنگر، لنگ-ها، چرخ‌زنجیرها و سایر اجزای انتقال قدرت نصب می‌شوند. محورها ممکن است تحت بارهای خمشی، کششی، فشاری یا پیچشی که به تنهایی یا همراه با هم وارد می‌شوند قرار گیرند. هنگامی که این بارها ترکیب شوند، می‌توان انتظار داشت که استحکام استاتیکی و خستگی هر دو به عنوان ملاحظات مهم طراحی در نظر گرفته شوند، چون هر محور به تنهایی ممکن است تحت تنش-های استاتیکی، تنش‌های معکوس شونده و تنش‌های تکراری که همگی در یک زمان اعمال می‌شوند قرار گیرد. لغت "محور" انواع مختلفی مانند اکسل‌ها<sup>۱</sup> و اسپیندل‌ها<sup>۲</sup> را دربر می‌گیرد. اکسل محوری است ساکن و تحت بار پیچشی قرار نمی‌گیرد. محور کوتاه چرخشی، غالباً اسپیندل نامیده می‌شود. از آنجایی که خیز جانبی یا پیچشی محور باید در محدوده بسیار محدودی نگه داشته شود، قبل از تحلیل تنش‌ها باید ابعاد آن را بر اساس خیز تعیین کرد. دلیل این مطلب آن است که اگر محور به اندازه کافی محکم ساخته شود، طوری که خیز چندان زیاد نباشد، احتمال دارد که تنش‌های حاصل ایمن باشند. ولی به هیچ وجه طراح نباید فرض کند که محور ایمن است. تقریباً همیشه محاسبات باید انجام گیرد تا معلوم شود که مقادیر در حد قابل قبول هستند. طراحی محور یک مسئله اساسی در طراحی و ساخت پمپ به شمار می‌رود. در طراحی محور، تمامی اصول طراحی که شامل طراحی یاتاقان‌ها و روتورها می‌باشد نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. محورهای انتقال، گشتاور را از یک منطقه به منطقه‌ای دیگر انتقال می‌دهند. اسپیندل‌ها شفت‌های کوتاهی هستند و اکسل‌ها شفت‌های غیرچرخشی می‌باشند. در شکل زیر مثالی از طراحی معمولی از یک شفت را مشاهده می‌کنید.

---

<sup>1</sup> axle

<sup>2</sup> spindle



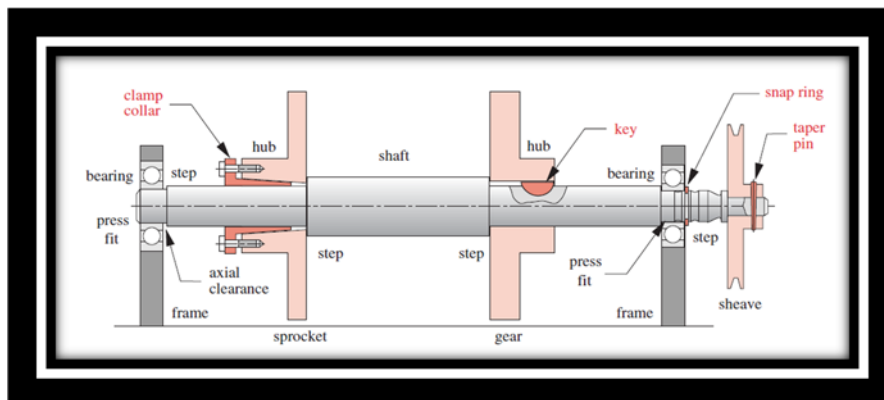
شکل ۱- نمونه‌ای از طراحی یک شفت

## ۲. بارهای یک شفت

- پیچش ناشی از گشتاور انتقالی
- خمش ناشی از بارهای متقاطع (چرخ دنده‌ها، پولی‌ها و غیره)

## ۳. اتصالات و مراکز تنش

انواع اتصالات مورد استفاده در شفت‌ها در شکل زیر دیده می‌شوند:



شکل ۲- انواع روش‌های اتصال المان‌ها به شفت

#### ۴. مواد مورد استفاده در ساخت شفت

- فولاد (فولاد با کربن کم تا متوسط)
- چدن
- برنز یا فولاد ضدزنگ
- فولاد سخت کاری شده

انحراف در نتیجه میزان استحکام شفت نمی‌باشد اما با استحکام ارائه شده توسط مدول الاستیسیته که برای تمامی فولادها ثابت می‌باشد متناسب است. بسیاری از شفت‌ها از فولادهای کربن پایین نورد گرم یا سرد مثل فولادهای 1020-1050 (بر اساس استانداردهای موسسه استاندارد آمریکا) ساخته می‌شوند. میزان استحکام مشخصی از طریق عملیات گرم کاری آلیاژهای بالا، تضمین نمی‌گردد. فولادهای آلیاژی معمولی برای گرم کاری عبارتند از: 1340-50، 3140-50، 4340، 4140، 5140 و 8650. برای شفت‌ها معمولاً نیازی به سخت کاری سطحی نمی‌باشد، مگر در حالتی که به عنوان تکیه‌گاه اصلی یا ناقان مورد استفاده قرار گیرند. مواد انتخابی برای سخت کاری سطوح، شامل درجات سخت کاری سطحی مواد 1020، 4320، 4820 و 8620 می‌باشد. فولادهای سردکاری شده معمولاً برای شفت‌هایی با قطر کمتر از ۳ اینچ استفاده می‌شوند.

#### ۵. قدرت شفت

قدرت شفت همان نرخ زمانی تغییرات انرژی می‌باشد (کار). کار برابر است با:

$$work = Force * distance \text{ or } Torque * angle \quad (1)$$

پس داریم:

$$power = Torque * angular \text{ velocity} \quad (2)$$

پس خواهیم داشت:

$$p_{wr} = T \text{ or } q * \omega \quad (3)$$

## ۶. بارگذاری شفت (رویگردی جهت تجزیه و تحلیل)

خمش، پیچش و تنش‌های محوری می‌تواند در تمامی تجهیزات میان دامنه و تناوبی خود را نشان دهند. برای آنالیز، ساده‌ترین راه ترکیب انواع مختلف تنش‌ها به تنش‌های میانی و تناوبی فون میس می‌باشد. برای تنش خمشی شفت داریم:

$$\sigma_{alt} = k_f \frac{M_a C}{I} \quad (۴)$$

$$\sigma_{mean} = k_f \frac{M_m C}{I} \quad (۵)$$

که در آن  $\sigma_{alt}$  تنش اجزای تناوبی و  $\sigma_{mean}$  تنش اجزای میانگین می‌باشد. برای تنش برشی پیچشی داریم:

$$\tau_{alt} = k_{fs} \frac{T_a r}{J} \quad (۶)$$

$$\tau_{mean} = k_{fs} \frac{T_m r}{J} \quad (۷)$$

در روابط بالا،  $M_a$  ممان خمشی تناوبی و  $M_m$  ممان خمشی میان دامنه و  $T_a$  گشتاور تناوبی و  $T_m$  گشتاور میان دامنه می‌باشد.  $k_f$  و  $k_{fs}$  فاکتورهای تمرکز تنش خستگی برای پیچش و خمش می‌باشند. برای یک شفت  $I$  (ممان اینرسی جرمی) و  $C$  فاصله و همچنین  $J$  ممان دوم قطبی سطح می‌باشد.

پس برای یک شفت دایروی خواهیم داشت:

$$\sigma_{alt} = k_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad (۸)$$

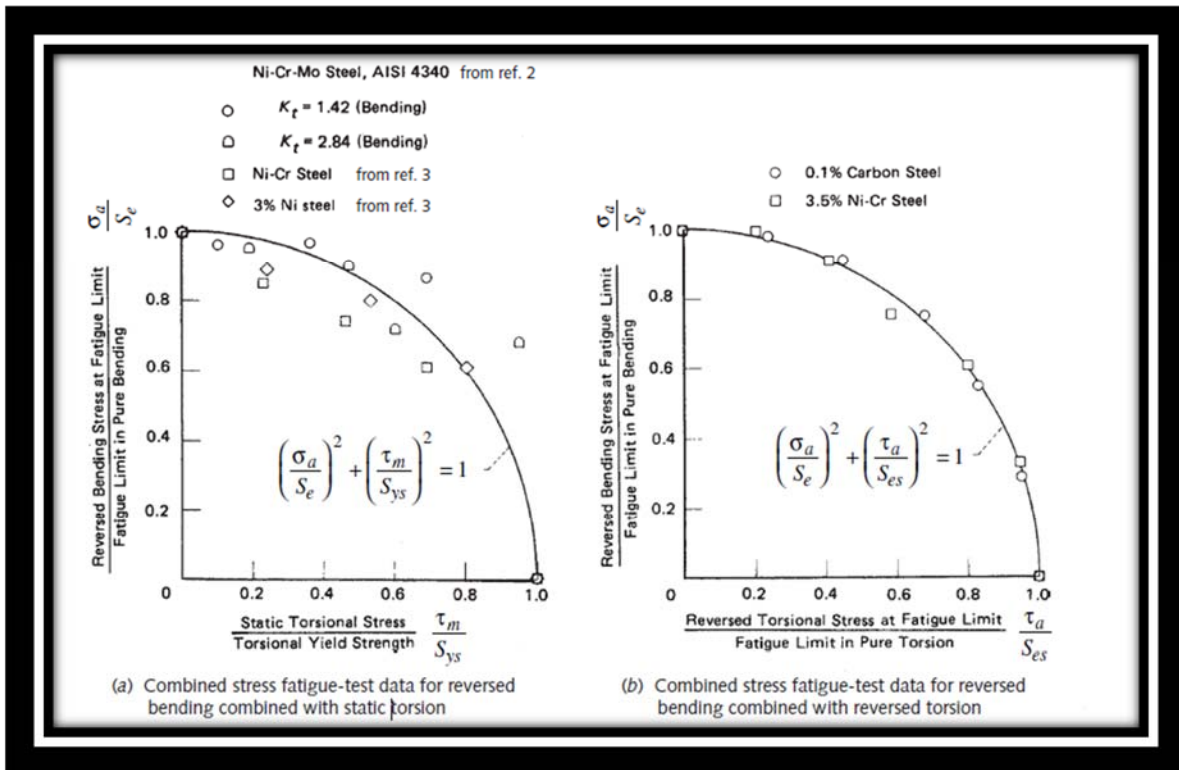
$$\sigma_{mean} = k_f \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad (۹)$$

$$\tau_{alt} = k_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} \quad (۱۰)$$

$$\tau_{mean} = k_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (11)$$

تمامی موارد بالا، می‌توانند در مواردی به صورت ترکیبی در غالب تئوری و رابطه فون میسس نیز ارائه شوند.

در شکل زیر خرابی‌های شفت را در بارگذاری‌های ترکیبی مشاهده می‌کنید:



شکل ۳- خرابی‌های شفت در بارگذاری‌های ترکیبی

## ۷. طراحی شفت

در حالت کلی برای طراحی یک شفت موارد زیر باید در نظر گرفته شود:

- برای کاهش انحرافات و تنش‌ها، طول شفت باید تا حد امکان کوتاه در نظر گرفته شود.
- تیرکی که تنها در یک انتها به صورت صلب به تکیه‌گاهی متصل شده دارای انحراف بیشتری نسبت به یک تیر محاط شده توسط پایه‌ها می‌باشد (با همان طول، قطر و بار وارده).
- یک شفت توخالی دارای نسبت استحکام به جرم و فرکانس‌های طبیعی بیشتری نسبت به یک شفت توپر است، اما این شفت دارای قطر و قیمت بالاتری خواهد بود.



- سعی شود تا حد امکان افزایش‌دهنده‌های تنش، از مکان‌های دارای ممان خمشی بزرگ دور نگه داشته شوند و تاثیراتشان از طریق شعاع بزرگ‌تر و آزادی بیشتری کاهش یابد.
- فولادهای کربن پایین معمولی به خوبی فولادهای با مقاومت‌های بالاتر هستند.
- انحراف در محدوده یاتاقان‌ها نباید از حد  $0,005$  اینچ تجاوز کند و شیب وابسته بین محور چرخ‌دنده‌ها باید کمتر از  $0,03$  درجه باشد.
- اگر از یاتاقان‌های ساده (غلاف‌دار) استفاده شود، میزان انحراف شفت باید از میزان ضخامت نوار روغن در یاتاقان کمتر باشد.
- اگر از یاتاقان‌های خود تراز نشونده<sup>۳</sup> استفاده شود، شیب شفت در قسمت یاتاقان‌ها باید از میزان  $0,04$  درجه کمتر باشد.
- اگر بارهای تراست محوری موجود باشند، باید از طریق یک یاتاقان تراست تک، در جهت هر بار به زمینه انتقال داده شوند. بارهای محوری را بین یاتاقان‌های تراست تقسیم نکنید، زیرا ممکن است انبساط حرارتی شفت سبب ایجاد بارهای اضافی در یاتاقان‌ها شود.
- اولین فرکانس طبیعی شفت باید به طور حداقل ۳ برابر بالاترین فرکانس نیروی محرک سیستم باشد یا حتی در بسیاری از موارد، عدد بالاتری مورد نظر می‌باشد.

#### • طراحی کامل از روش کد ASME

در سال ۱۹۷۲ انجمن آمریکایی مهندسان مکانیک کدی را برای طراحی محورهای انتقال بنا نهاد. در حال حاضر، سالیان زیادی است که این کد کنار گذاشته شده است ولی از لحاظ تاریخی قابل توجه می‌باشد. کد مورد نظر، یک تنش برشی مجاز تعریف می‌کند که مقدار کوچک‌تر، از میان دو مقدار زیر می‌باشد:

$$\tau_p = 0.3 S_{yt} \quad \text{or} \quad \tau_p = 0.18 S_{ut} \quad (12)$$

این کد می‌گوید که اگر تمرکز تنش ناشی از قوس پله یا جای خار ظاهر شود، این تنش باید ۲۵ درصد کاهش یابد. اگر به جای  $\tau_{max}$  در معادله،  $\tau_p$  را بگذاریم، خواهیم داشت:

<sup>۳</sup> non-self-aligning rolling element bearings

$$\tau_p = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \quad (13)$$

در کد، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی به ترتیب در ضریب‌های ترکیبی شوک و خستگی  $C_t, C_m$  بسته به شرایط هر کاربرد ضرب می‌شوند. پس خواهیم داشت:

$$\tau_p = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{(C_m M)^2 + (C_t T)^2} \quad (14)$$

حال می‌توان از رابطه بالا جهت محاسبه قطر محور استفاده کرد:

$$d = \{5.1/\tau_p [(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{1/2}\}^{1/3} \quad (15)$$

معادله بالا فرمول کد می‌باشد و همان‌طور که در حین بدست آوردن آن مشخص می‌شود، بر نظریه گسیختگی تنش برشی بیشینه مبتنی است. مقادیر پیشنهادی برای  $C_t, C_m$  در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۱- مقادیر ضریب گشتاور خمشی و ضریب گشتاور پیچشی

$C_t$	$C_m$	نوع بارگذاری
۱,۰	۱,۰	محور ساکن، بار تدریجی وارد می‌شود
۲,۰-۱,۵	۲,۰-۱,۵	محور ساکن، بار ناگهانی وارد می‌شود
۱,۰	۱,۵	محور چرخان، بار تدریجی وارد می‌شود
۱,۰	۱,۵	محور چرخان، بار پایا
۱,۵-۱,۰	۲,۰-۱,۵	محور چرخان، بار ناگهانی وارد می‌شود، شوک‌های کم
۳,۰-۱,۵	۳,۰-۲,۰	محور چرخان، بار ناگهانی وارد می‌شود، شوک‌های سنگین

باید توجه داشت که تنش طراحی در معادله (۱۲)، مقدار مجاز بیشینه است و طراح آزاد است که در صورت اقتضای شرایط، آن را کاهش دهد.

#### • خمش معکوس‌شونده و پیچش پایدار

هر محور چرخشی که تحت گشتاورهای خمشی و پیچشی ساکن بارگذاری شده باشد، به دلیل چرخش محور، تحت تنشی کاملاً معکوس‌شونده تنش‌گذاری می‌شود، ولی تنش پیچشی پایا خواهد ماند. این حالت بسیار معمول است و احتمالاً بیش از سایر بارگذاری‌ها رخ می‌دهد. با استفاده از اندیس  $a$  برای تنش متناوب و اندیس  $m$  برای تنش میانگین معادله‌ها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} \quad , \quad \tau_m = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (16)$$

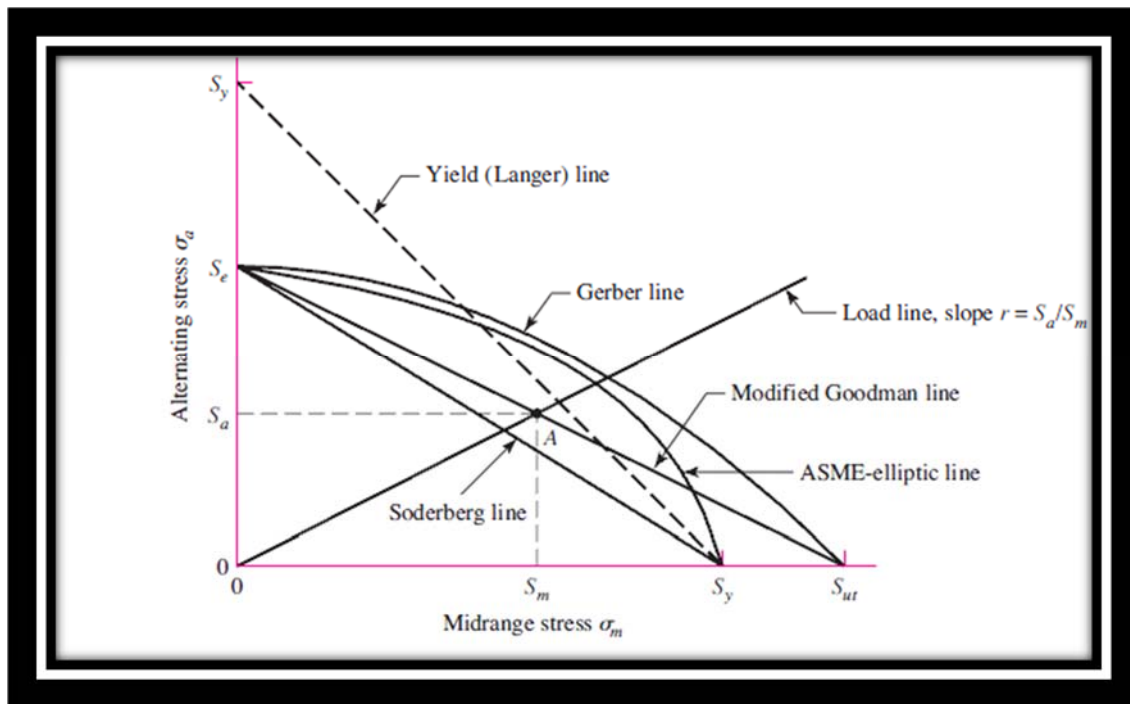
اگر  $s_e$  را به عنوان حد دوام کاملا تصحیح شده و  $n$  را به عنوان ضریب ایمنی مشخص کنیم، معادله طراحی چنین خواهد شد:

$$d = \left( \frac{32Mn}{\pi s_e} \right)^{1/3} \quad (17)$$

چون حضور  $\tau_m$  بر حد دوام خمشی اثر نمی‌گذارد.

### • روش سادربرگ

در ساده‌ترین کاربرد نمودار سادربرگ که در قسمت زیر مشاهده می‌کنید، از آن برای تعیین اندازه‌های قطعه ماشینی استفاده می‌شود که باید تنش پایا و تنش متناوبی از همان نوع را تحمل کند.



شکل ۴- نمودار سادربرگ

نمودار سادربرگ استحکام برشی را نشان می‌دهد. تنش‌های برشی متناوب بر محور عمودی رسم می‌شوند، در حالی که تنش‌های برشی استاتیکی یا میانگین، روی محور افقی رسم می‌شوند. همان‌گونه که در شکل نشان داده شده، خط سادربرگ خط مستقیمی

بین حد دوام برشی کاملاً تصحیح شده  $S_{se}$  و استحکام تسلیم در برش  $S_{sy}$  است. باید توجه شود که حد دوام برشی، حد دوام جزء ماشین پس از به حساب آوردن اندازه، پرداخت سطح، قابلیت اعتماد، عمر، تمرکز تنش و غیره با استفاده از معادله زیر می‌باشد.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (18)$$

که در آن  $S_e$  حد دوام جزء مکانیکی،  $S'_e$  حد دوام نمونه تیرچرخان،  $k_a$  ضریب سطح،  $k_b$  ضریب اندازه،  $k_c$  ضریب قابلیت اعتماد،  $k_d$  ضریب دما،  $k_e$  ضریب اصلاحی برای تمرکز تنش و  $k_f$  ضریب اثرهای دیگر می‌باشد. برای به دست آوردن ضریب ایمنی  $n$  می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$n = \frac{\pi d^3}{16 \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2}} \quad (19)$$

برای استفاده از فرمول بالا به عنوان فرمول طراحی، خواهیم داشت:

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[ \left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (20)$$

یا به طور ساده‌تر:

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[ \left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (21)$$

چون با استفاده از نظریه تنش برشی بیشینه، برای  $S_{sy} = 0.5S_y$  و  $S_{se} = 0.5S_e$  داریم.

برای موارد کلی‌تر که تنش خمشی و پیچشی شامل هر دو مولفه پایا و متغیرند، خواهیم داشت:

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[ \left(\frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_y}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (22)$$

کاربرد نظریه تنش برشی در معادله بالا مشاهده می‌شود. به رابطه بالا کد وستینگهاوس می‌گویند. می‌توان رابطه بالا را بر حسب تنش‌ها و استحکام‌ها مطرح نمود، در نتیجه رابطه زیر مطرح می‌گردد:

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\tau_a}{S_e} + \frac{2\tau_m}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2}} \quad (23)$$

• روش گودمن

این روش، روشی محتاطانه است که می‌توان هر جا که احتمال گسیختگی خستگی وجود داشته باشد از آن استفاده کرد. در روش جبری، رابطه گودمن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (24)$$

• روش کلی

با توجه به ثابت‌های  $k, m, p$  ارائه شده در جدول شماره ۲، از معادله زیر می‌توان برای بیان همه آن‌ها استفاده کرد.

پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^m + \left(\frac{KS_m}{S_{ut}}\right)^p = 1 \quad (24)$$

معادله بالا، معادله مارین نامیده می‌شود.

جدول ۲- ثابت‌های مقدار گسیختگی برای استفاده در معادله (۲۴)

نام نظریه	ثابت k	ثابت m	ثابت p
سادربرگ	$S_{ut}/S_y$	1	1
گودمن اصلاح شده	1	1	1
سه‌موی ژربر	1	1	2
درجه دوم بیضوی	1	2	2
باگسی	$S_{ut}/S_y$	1	2

۸. محاسبه سرعت بحرانی شفت

روتور دینامیک به عنوان شاخه‌ای از علم مکانیک شناخته شده است که سرعت بحرانی را به عنوان سرعت زاویه‌ای که فرکانس طبیعی بعضی از اجزای چرخشی را تحریک می‌کند تعریف می‌کند. در مورد پمپ‌های سانتریفیوژی که سیستم انتقال قدرت از الکتروموتور به پروانه توسط شفت انجام می‌شود، این سرعت، سرعت چرخشی اندازه‌گیری شده‌ای است که در آن ارتعاشات طبیعی

رخ دهد. بسیار دور از انتظار نیست که انحراف شعاعی ایجاد شده به وسیله وزن پروانه، حتی با وجود نصب صحیح و متعادل پروانه، سبب ارتعاشات در یک پمپ افقی شود.

ارتعاشاتی که در یک روتور متوازن، در یک سرعت چرخشی مخصوص، ایجاد می‌شوند، توسط اختلاف کوچکی در دانسیته روتور و انحرافات کوچک تراشکاری ایجاد می‌شوند. این موضوع سبب جابه‌جایی کوچک مرکز جرم از مرکز محور چرخش می‌شود. با افزایش سرعت، نیروهای الاستیک فلز و نیروهای شعاعی ایجاد شده به وسیله چرخش، نامتوازن می‌شوند و ارتعاش اتفاق می‌افتد. این ارتعاشات انحراف شفت را زیاد می‌کند و می‌تواند سبب ساییدگی اجزاء (آب‌بندها، یاتاقان‌ها) و حتی شکسته شدن شفت شود. اگر سرعت همچنان افزایش یابد، این فرکانس طبیعی ناپدید می‌شود و ارتعاشات متوقف می‌شود اما در سرعت‌های بالاتر با فرکانس طبیعی دیگری مواجه می‌شویم. پایین‌ترین سرعت چرخشی که این ارتعاش طبیعی اتفاق می‌افتد، سرعت بحرانی نام دارد. معمولاً محدوده سرعت بحرانی از محدوده سرعت کاری پمپ‌ها فاصله دارد. اگر محدوده سرعت بحرانی کوچک باشد، بهتر است قبل از سرعت کاری پمپ قرار گیرد، در این صورت شفت را انعطاف‌پذیر می‌گویند و در صورتی که بعد از سرعت کاری قرار گیرد، شفت را شفت صلب یا محکم می‌نامند. لازم به ذکر است که سرعت بحرانی پمپ و شفت مفهومی جدا از یکدیگر نمی‌باشند.

#### • محاسبه سرعت بحرانی شفت (پمپ)

هنگامی که پمپ دارای شفت کوتاه و صلب باشد و در سرعت طراحی خود عمل کند پدیده رزونانس مورد توجه قرار نمی‌گیرد. سرعت بحرانی پمپ به صورت مستقیم به انحراف استاتیکی و انحراف استاتیکی به صورت مستقیم به وزن روتور، طول قسمت یک سر آزاد (آویخته) و قطر آن بستگی دارد. در حالت واقعی انحراف به دلایل الاستیسیته، اینرسی، پایه‌های یاتاقان و طول متغییر شفت بسیار پیچیده می‌باشد. مقدار انحراف شفت در اثر بار وارد بر آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_1 = \frac{WL^3}{3EI} \quad (25)$$

که در این فرمول  $Y$  انحراف بر حسب اینچ یا میلی‌متر،  $W$  نیروی وارد بر پروانه و یا وزن متعلقات چرخشی بر حسب پوند یا نیوتن،  $L$  طول شفت از مرکز یاتاقان داخلی تا مرکز پروانه بر حسب اینچ یا میلی‌متر،  $E$  مدول الاستیسیته ی فلز مورد استفاده در شفت و

$$I \text{ ممان اینرسی برای شفت می‌باشد که برابر است با } \frac{\pi d^4}{64}.$$

همچنین میزان انحراف شفت در اثر وزن خود شفت نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_2 = \frac{wL^3}{8EI} \quad (26)$$

که در آن  $w$  وزن شفت بدون پروانه است.

که در نهایت، انحراف کلی حالت استاتیک شفت برابر است با:

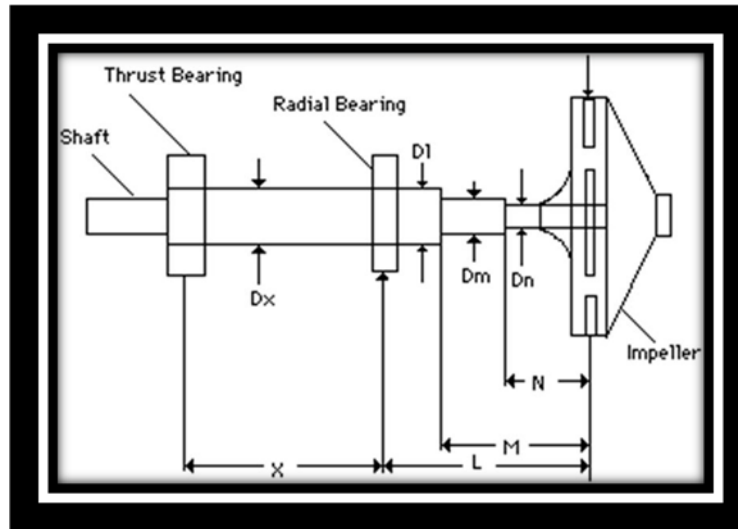
$$Y = Y_1 + Y_2 \quad (27)$$

حال اگر شفت مورد نظر ما شفتی با قطرهای متفاوت (چند قطری) بود از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم:

$$Y = \frac{F}{3E} \left[ \frac{L^3 - M^3}{J_L} + \frac{M^3 - N^3}{J_M} + \frac{N^3}{J_N} + \frac{L^2 X}{J_X} - \frac{3X}{2} \left( \frac{L^2 - M^2}{J_L} + \frac{M^2 - N^2}{J_M} + \frac{N^2}{J_N} + \frac{2LX}{3J_X} \right) + \frac{N^3}{2J_N} \right] \quad (28)$$

که در آن داریم:

- $Y$ ، انحراف شفت در خط مرکزی پروانه
- $F$ ، همان نیروی وارد بر پروانه است که در فرمول‌های بالا به شکل  $W$  بیان شده بود (به این نیرو عدم توازن شعاعی هیدرولیکی نیز می‌گویند).
- $M$  &  $N$ ، فاصله خط مرکز پروانه به طبقه‌های (پله‌ها) روی شفت
- $L$ ، فاصله خط مرکز پروانه به خط مرکز یاتاقان داخلی
- $X$ ، فاصله بین دو خط مرکز یاتاقان‌ها
- $J_L, J_M, J_N, J_X$ ، ممان اینرسی قطرهای مختلف
- $E$ ، مدول الاستیسیته ماده مورد استفاده در شفت



شکل ۵- یک شفت چند پله‌ای

برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی خواهیم داشت:

$$F_{\text{Radial Thrust}} = \frac{K_q \cdot K \cdot H \cdot S \cdot G \cdot D_2 \cdot B_2}{10.2} \quad (29)$$

که در آن  $K$  فاکتور تراست شعاعی (بین ۰٫۳ تا ۰٫۳۵)،  $S \cdot G$  گرانش مخصوص سیال،  $H$  هد کلی بر حسب متر در حالت نقطه بالاترین کارایی<sup>۴</sup>،  $B_2$  پهناي پروانه شامل دیواره‌ها به سانتی‌متر،  $D_2$  قطر خارجی پروانه به سانتی‌متر و داریم:

$$K_q = 1 - \left(\frac{Q^2}{Q_n^2}\right)^2 \quad (30)$$

که در آن  $Q$  دبی حقیقی پمپ بر حسب متر مکعب بر ساعت و  $Q_n$  دبی پمپ در حالت نقطه بالاترین کارایی بر حسب متر مکعب بر ساعت می‌باشد. در ادامه برای مقایسه دو پمپ با شفت‌های متفاوت و کاربردهای یکسان از پارامتری به نام فاکتور باریک شونده<sup>۵</sup> شفت استفاده می‌کنیم. این پارامتر با در نظر گرفتن پارامترهای ابعادی شفت و نیز در نظر نگرفتن ضرائب ثابت موجود در معادله ۲ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Y = \frac{L^3}{d^4} \quad (31)$$

اگر این فاکتور از لحاظ مقداری کمتر از عدد ۲ باشد (در سیستم SI) ما مشکلات زیادی با میزان خمش شفت نخواهیم داشت. اما اگر این مقدار بیشتر از عدد ۲ باشد امکان بروز مشکل در آب‌بندها، خود شفت و یاتاقان‌های پمپ وجود دارد.

<sup>4</sup> Best efficient point

<sup>5</sup> Slenderness factor



فاکتور دیگری که در این قسمت مورد مطالعه قرار می‌گیرد فاکتور سختی یا انعطاف پذیری است. فاکتور سختی پارامتر مهمی در ماندگاری المان‌های چرخشی پمپ به حساب می‌آید. این فاکتور به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$F_f = \frac{X^4}{d^2} \quad (32)$$

که در آن  $X$  محدوده یاتاقان‌ها و  $d$  قطر شفت در محل قرار گرفتن پروانه می‌باشد. فاکتور انعطاف‌پذیری به طور مستقیم با انحراف استاتیکی شفت در ارتباط است. جدول زیر محدوده مقادیر خروج از مرکز شفت و روتور را بر حسب میزان فاکتور انعطاف‌پذیری نشان می‌دهد (این جدول بر اساس استاندارد API610 می‌باشد).

جدول ۳- محدوده مقادیر خروج از مرکز شفت و روتور بر حسب میزان فاکتور انعطاف‌پذیری

Flexibility factor $F_f \text{ mm}^2 (\text{in}^2)$	Allowable shaft runout, TIR <sup>a</sup> $\mu\text{m} (\text{in})$	Component fit on shaft	Allowable rotor radial runout, TIR <sup>a</sup> $\mu\text{m} (\text{in})$
$> 1.9 \times 10^9 (3.0 \times 10^6)$	40(0.0015)	Clearance	90 (0.003 5)
		Interference	60 (0.002 5)
$\leq 1.9 \times 10^9 (3.0 \times 10^6)$	25(0.0010)	Clearance	75 (0.003 0)
		Interference	50 (0.002 0)

در این جا بهتر است یادآوری کنیم که هر قطعه ساخته شده از مواد الاستیک دارای دوره تناوبی طبیعی خواهد بود. این اتفاق به دلیل یکنواخت نبودن شفت و اختلاف دانسیته آن در هنگام ساخت می‌باشد. این خروج از مرکز در هنگامی که شفت در سرعتی بچرخد که نیروی گریز از مرکز آن از نیروی مقاومت الاستیک آن بیشتر باشد، سبب ایجاد انحراف می‌شود. در این سرعت شفت و متعلقات آن در صورت عدم توازن، مرتعش می‌شوند و این ارتعاش می‌تواند سبب از بین رفتن آب‌بندها و یاتاقان‌ها و نیز خستگی خود شفت شود. به پایین‌ترین سرعتی که این اتفاقات رخ می‌دهد سرعت بحرانی اول می‌گویند. پس از به دست آوردن میزان انحراف شفت در محل اتصال پروانه، برای بدست آوردن میزان سرعت بحرانی اول از یکی از معادلات زیر استفاده می‌کنیم:

$$N_c = \frac{187.7}{\sqrt{Y(\text{inch})}} \quad (33)$$

$$N_c = \frac{946}{\sqrt{Y(\text{mm})}} \quad (34)$$

<sup>6</sup> Stiffness factor (Flexibility factor)

که در آن  $N_C$  سرعت بحرانی شفت می‌باشد.

برای ثابت نگه داشتن فواصل داخلی رینگ‌های سایشی پمپ‌های با پروانه بسته و برای جلوگیری از برخورد پروانه به محفظه و یا صفحه پشتی در پمپ‌های پروانه باز، اغلب کمپانی‌های پمپ‌سازی تمایل دارند که انحراف شفت پمپ خود را در بازه ۰,۰۰۵ تا ۰,۰۰۶ اینچی (۰,۱۲۵ تا ۰,۱۵۰ میلی‌متر) محدود کنند. با این اعداد خواهیم داشت:

$$N_C = \frac{946}{\sqrt{0.125}} = 2676 \text{ r.p.m} \quad \text{and} \quad N_C = \frac{946}{\sqrt{0.150}} = 2442 \text{ r.p.m}$$

این محدودیت‌ها برای پمپ‌هایی با حداکثر دور ۱۷۵۰ دور بر دقیقه مناسب می‌باشد. ولی برای پمپ‌هایی با دور بالاتر این محدودیت‌ها قابل قبول نمی‌باشد.

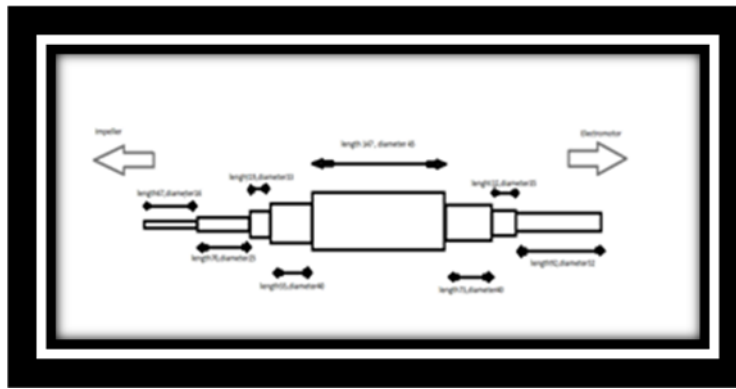
برای دانستن میزان انحراف شفت در پمپ‌های سانتریفیوژ، داشتن اطلاعات کافی در مورد نیروی شعاعی<sup>۷</sup> موجود در پمپ بسیار ضروری می‌باشد.

• مثال: محاسبه سرعت بحرانی شفت پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

مشخصات پمپ:

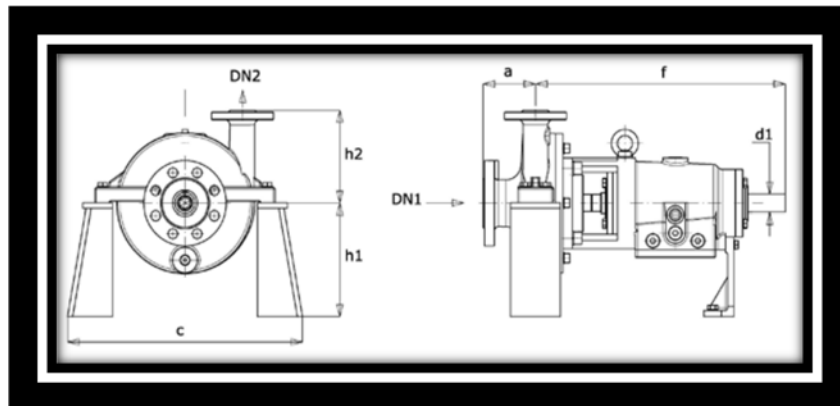
- ۱- قطر شفت در کمترین قسمت ۱۶ میلی‌متر
- ۲- قطر شفت در بیشترین قسمت ۳۲ میلی‌متر
- ۳- طول شفت از قسمت یاتاقان داخلی تا مرکز پروانه ۱۶۰ میلی‌متر
- ۴- مدول الاستیسیته فلز مورد استفاده در ساخت شفت (کربن-استیل)  $0.2 * 10^6$ .
- ۵- ممان اینرسی شفت ۷۸۵۳,۹۸ می‌باشد.
- ۶- وزن شفت و متعلقات آن برای محاسبه نیروی وارد بر پروانه ۷,۵ کیلوگرم (وزن پروانه ۱۴۰۰ گرم، وزن شفت ۴۲۵۰ گرم و وزن بلبرینگ‌های آن ۱۸۵۰ گرم) می‌باشد.

<sup>7</sup> Axial Thrust



شکل ۶- شفت چند پله‌ای پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

پس برای این پمپ با شکل زیر داریم:



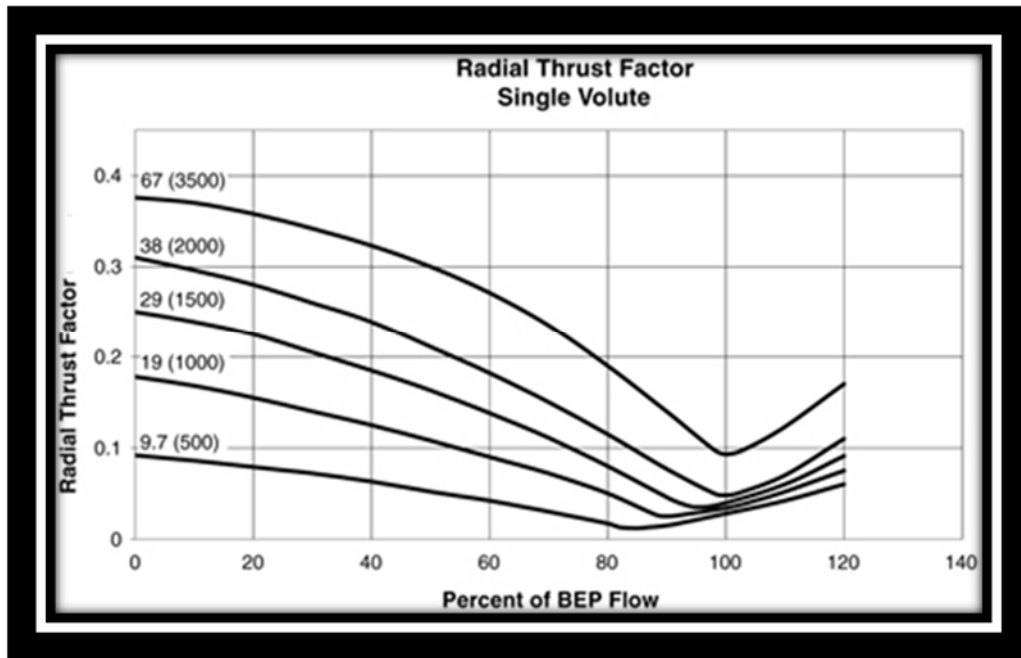
شکل ۷- پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

ابتدا به محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی می‌پردازیم. این نیرو طبق روابط زیر محاسبه می‌شود:

با توجه به دبی واقعی پمپ که ۳ متر مکعب بر ساعت می‌باشد و دبی آن در حالت بالاترین نقطه کارایی که ۳,۵ متر مکعب بر ساعت است خواهیم داشت:

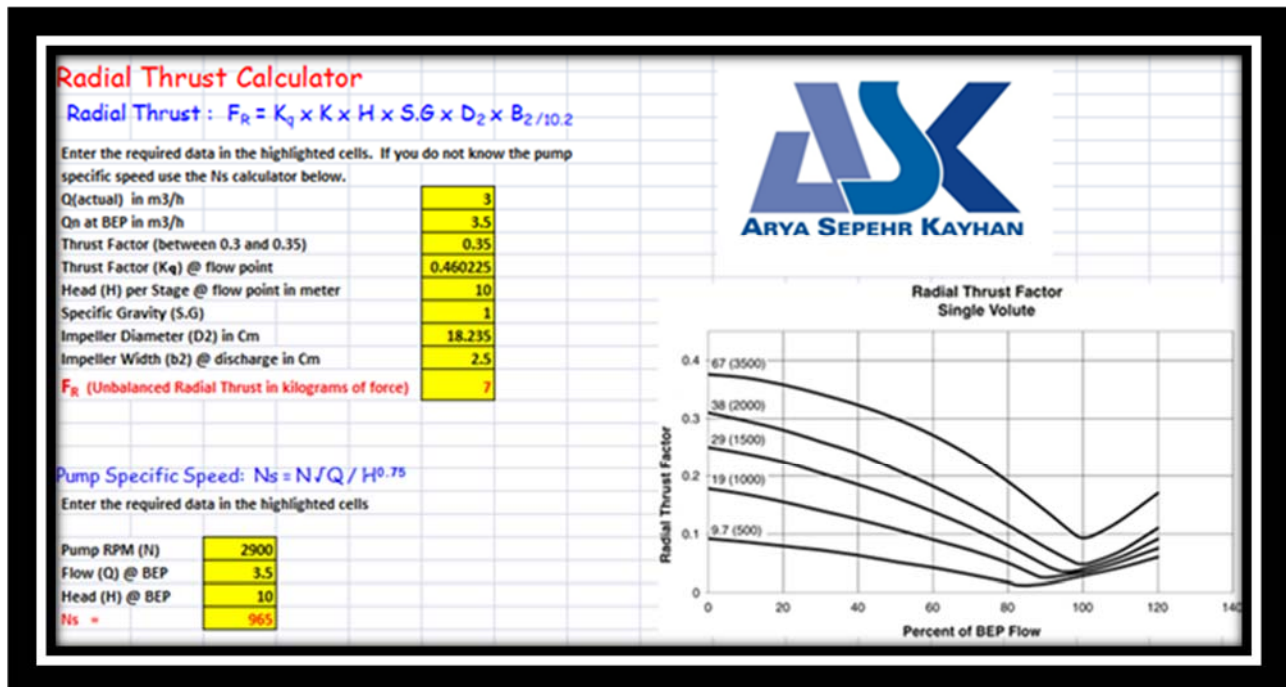
$$F_{Radial Thrust} = \frac{0.46 \cdot 0.35 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 18.23 \cdot 2.5}{10.2} = 7 \text{ kilogram force} = 68.64 \text{ Newtons}$$

فاکتور تراست فرمول بالا، از طریق سرعت مخصوص پمپ و نمودار مربوطه که در شکل زیر مشاهده می‌کنید محاسبه می‌شود:



شکل ۸- نمودار مقادیر فاکتور تراست بر حسب سرعت مخصوص پمپ

در شکل زیر شماتیکی از الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی را مشاهده می‌کنید:



شکل ۹- الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی

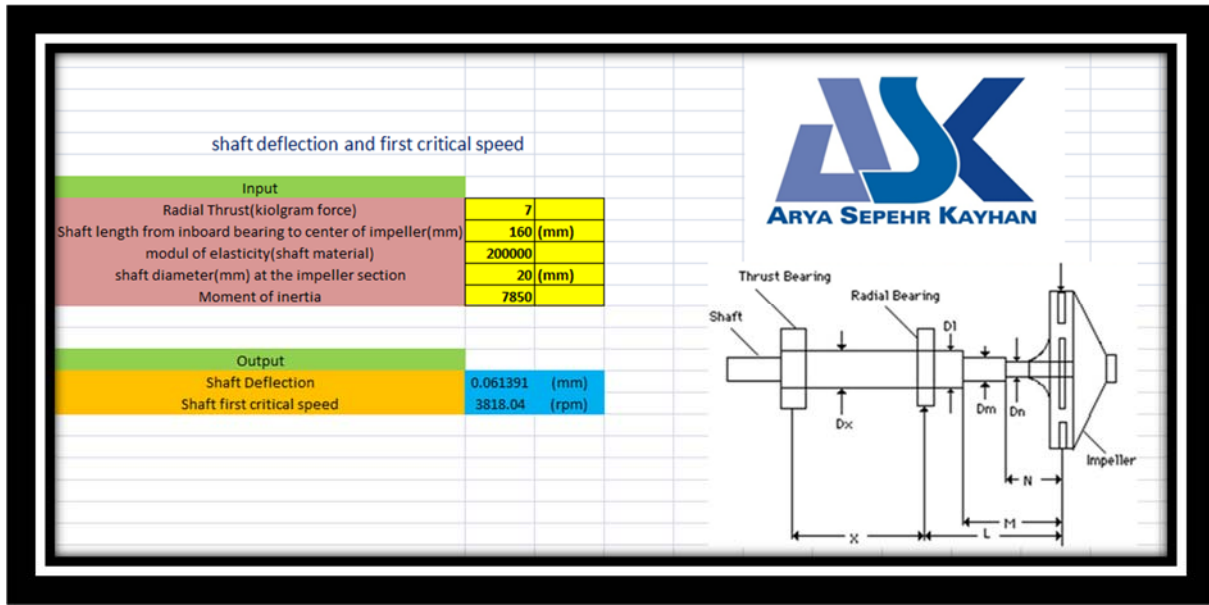
حال طبق رابطه ۲۸ و ساده‌سازی ارقام و ضرایب خواهیم داشت:

$$Y = \frac{68.64 * (160)^3}{3 * (0.2 * 10^6) * 7853.98} = 0.05966$$

که با توجه به رابطه ۳۴ خواهیم داشت:

$$N_c = \frac{946}{\sqrt{0.05966}} = 3873 \text{ (rpm)}$$

با توجه به الگوریتم زیر که برای محاسبه میزان انحراف شفت و سرعت اول بحرانی نوشته شده است، مشاهده می‌شود که تفاوت بسیاری در این دو مورد مشاهده نمی‌شود:



شکل ۱۰- الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه میزان انحراف و اولین سرعت بحرانی شفت

مشاهده می‌کنیم که این عدد با توجه به سرعت پمپ که ۲۹۰۰ دور بر دقیقه است در حدود ۳۳ درصد بالاتر از این سرعت می‌باشد که با توجه به استاندارد API610 این سرعت باید حداقل ۲۰ درصد بالاتر از سرعت عملکرد دائمی پمپ باشد که این شرایط به طور کامل رعایت شده است.

از این رو می‌توان نتیجه گرفت که طراحی شفت پمپ صحیح و از ضریب ایمنی بالایی برخوردار می‌باشد. در ادامه این تحقیقات به این موضوع می‌پردازیم که افزایش این ضریب ایمنی تا چه میزانی مقرون به صرفه و اقتصادی می‌باشد.

مراجع

[1]: Budynas–Nisbett, Shigley’s Mechanical Engineering Design, Eighth Edition, McGraw–Hill Primis, 2006