



# WHITE PAPERS

---

ASK-RD-ENG-060

R&D Department

ARYA SEPEHR KAYHAN (ASK) | SHAHID SALIMI INDUSTRIAL CITY, TABRIZ, IRAN

شرکت آریا سپهر کیهان با نام اختصاری ASK، طراح و تولیدکننده پمپ های گریز از مرکز و روتاری و ارائه دهنده راهکارهای بهینه سازی سیستم های فرایندی و پمپاژ می باشد.

---

## توجه!

مقالات تخصصی با عنوان White Papers جهت افزایش دانش عمومی پمپ ها در بخش تحقیق و توسعه این شرکت نگارش شده است. استفاده از این مقالات رایگان می باشد و لازم است جهت استفاده از محتویات آن به موارد ذیل توجه فرمایید:

- 1- انتشار مجدد مطالب مقالات (به شکل اولیه و بدون تغییر در ساختار محتوایی و ظاهری) با ذکر منبع، بلامانع است.
- 2- استفاده تجاری از محتویات مقالات در نشریات مجاز نمی باشد.



اصول طراحی شفت

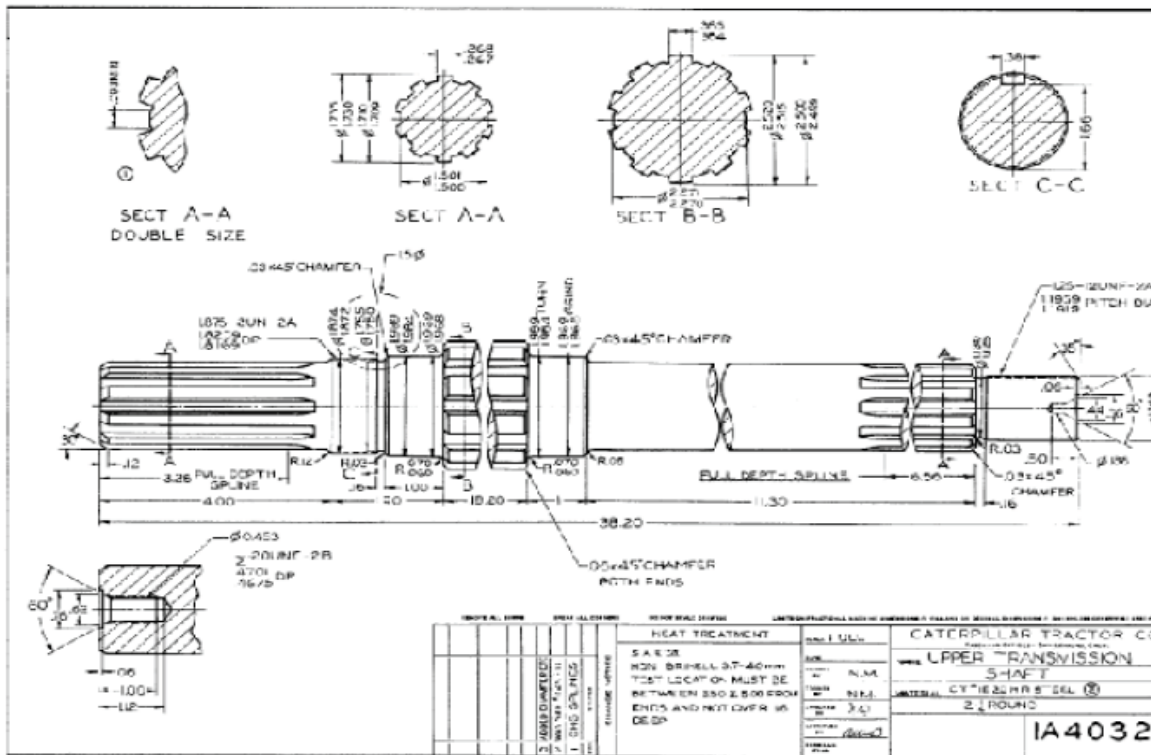
گردآوری

بخش تحقیق و توسعه گروه صنعتگران آریا سپهر کیهان

اردیبهشت ۱۳۹۰

1. مقدمه

محور، عضوی چرخشی یا ثابت و معمولاً با مقطع دایروی است که روی آن اجزایی مانند چرخدنده ها، چرخ تسمه، چرخ لنگر، لنگها، چرخ زنجیرها و سایر اجزای انتقال قدرت نصب می شوند. محورها ممکن است تحت بارهای خمشی، کششی، فشاری یا پیچشی که به تنهایی یا همراه با هم وارد می شوند قرار گیرند. هنگامی که این بارها ترکیب شوند، می توان انتظار داشت که استحکام استاتیکی و خستگی هر دو به عنوان ملاحظات مهم طراحی در نظر گرفته شوند، چون هر محور به تنهایی ممکن است تحت تنش های استاتیکی، تنش های معکوس شونده و تنش های تکراری که همگی در یک زمان اعمال می شوند قرار گیرد. لغت "محور" انواع مختلفی مانند اکسل ها و اسپیندل ها را دربر می گیرد. اکسل محوری است که ساکن یا چرخان است و تحت بار پیچشی قرار نمی گیرد. محور کوتاه چرخشی، غالباً اسپیندل نامیده می شود. از آنجایی که خیز جانبی یا پیچشی محور باید در محدوده بسیار محدودی نگه داشته شود، قبل از تحلیل تنش ها باید ابعاد آن را بر اساس خیز تعیین کرد. دلیل این مطلب آن است که اگر محور به اندازه کافی محکم ساخته شود، طوری که خیز چندان زیاد نباشد، احتمال دارد که تنش های حاصل ایمن باشند. ولی به هیچ وجه طراح نباید فرض کند که محور ایمن است. تقریباً همیشه محاسبات باید انجام گیرد تا معلوم شود که مقادیر در حد قابل قبول هستند. طراحی محور یک مسئله اساسی در طراحی و ساخت پمپ به شمار می رود. در طراحی محور، تمامی اصول طراحی که شامل طراحی یاتاقان ها و چرخنده ها می باشد نیز مورد استفاده قرار می گیرد. محورهای انتقال، گشتاور را از یک منطقه به منطقه ای دیگر انتقال می دهند. اسپیندل ها شفت های کوتاهی هستند و اکسل ها شفت های غیر چرخشی می باشند. در شکل زیر مثالی از یک طراحی معمولی از یک شفت را مشاهده می کنید.



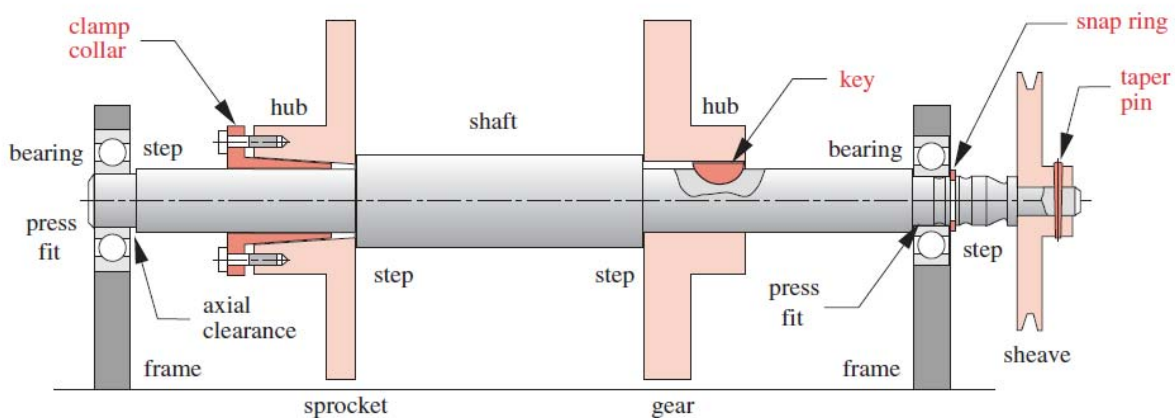
شکل شماره ۱- نمونه ای از طراحی یک شفت

## ۲. بارهای یک شفت

- پیچش ناشی از گشتاور انتقالی
- خمش ناشی از بارهای متقاطع (چرخ دنده ها، پولیها و غیره)

## ۳. اتصالات و مراکز تنش

انواع اتصالات مورد استفاده در شفت ها در شکل زیر مشاهده می شود:



شکل شماره ۲- انواع روش های اتصال المان ها به شفت

## ۴. مواد مورد استفاده در ساخت شفت

- فولاد (فولاد با کربن کم تا متوسط)
- چدن
- برنز یا فولاد ضدزنگ
- فولاد سخت کاری شده

انحراف در نتیجه میزان استحکام شفت نمی باشد اما با استحکام ارائه شده توسط مدول الاستیسیته که برای تمامی فولادها ثابت می باشند متناسب می باشد. بسیاری از شفت ها از فولادهای کربن پایین نورد گرم یا سرد مثل فولادهای 1020-1050 (بر اساس استانداردهای موسسه استاندارد آمریکا) ساخته می شوند. میزان استحکام مشخصی از طریق عملیات گرمکاری آلیاژهای بالا تضمین نمی گردد. فولادهای آلیاژی معمولی برای گرمکاری عبارتند از: 3140-50، 4140، 4340، 5140 و 8650. برای شفت ها معمولاً نیازی به سختکاری سطحی نمی باشد، مگر در حالتی که به عنوان تکیه گاه اصلی یا تاقان مورد استفاده قرار گیرند. مواد انتخابی برای سختکاری سطوح شامل درجات سختکاری سطحی مواد 1020، 4320، 4820 و 8620 می باشد. فولادهای سردکاری شده معمولاً برای شفت هایی با قطر کمتر از ۳ اینچ استفاده می شوند.

## ۵. قدرت شفت

قدرت شفت همان نرخ زمانی تغییرات انرژی می باشد(کار). کار برابر است با :

$$work = Force * distance \text{ or } Torque * angle \quad (1)$$

پس داریم:

$$power = Torque * angular \text{ velocity} \quad (2)$$

پس خواهیم داشت:

$$p_{wr} = T \text{ or } q * \omega \quad (3)$$

## ۶. بارگذاری شفت(رویکردی به تجزیه و تحلیل)

خمش، پیچش و تنش های محوری می تواند در تمامی تجهیزات میان دامنه و تناوبی خود را نشان دهند. برای آنالیز، ساده ترین راه ترکیب انواع مختلف تنش ها به تنش های میانی و تناوبی فون میس می باشد. برای تنش خمشی شفت داریم:

$$\sigma_{alt} = k_f \frac{M_a C}{I} \quad (4)$$

$$\sigma_{mean} = k_f \frac{M_m C}{I} \quad (5)$$

که در آن  $\sigma_{alt}$  تنش اجزای تناوبی و  $\sigma_{mean}$  تنش اجزای میانگین می باشد. برای تنش برشی پیچشی داریم:

$$\tau_{alt} = k_{fs} \frac{T_a r}{J} \quad (6)$$

$$\tau_{mean} = k_{fs} \frac{T_m r}{J} \quad (7)$$

در روابط بالا،  $M_a$  ممان خمشی تناوبی و  $M_m$  ممان خمشی میان دامنه و  $T_a$  گشتاور تناوبی و  $T_m$  گشتاور میان دامنه می باشد.  $k_f$  و  $k_{fs}$  فاکتورهای تمرکز تنش خستگی برای پیچش و خمش می باشند. برای یک شفت  $I$  (ممان اینرسی جرمی) و  $C$  فاصله و همچنین  $J$  ممان دوم قطبی سطح می باشد.

پس برای یک شفت دایروی خواهیم داشت:

$$\sigma_{alt} = k_f \frac{32M_a}{\pi d^3} \quad (8)$$

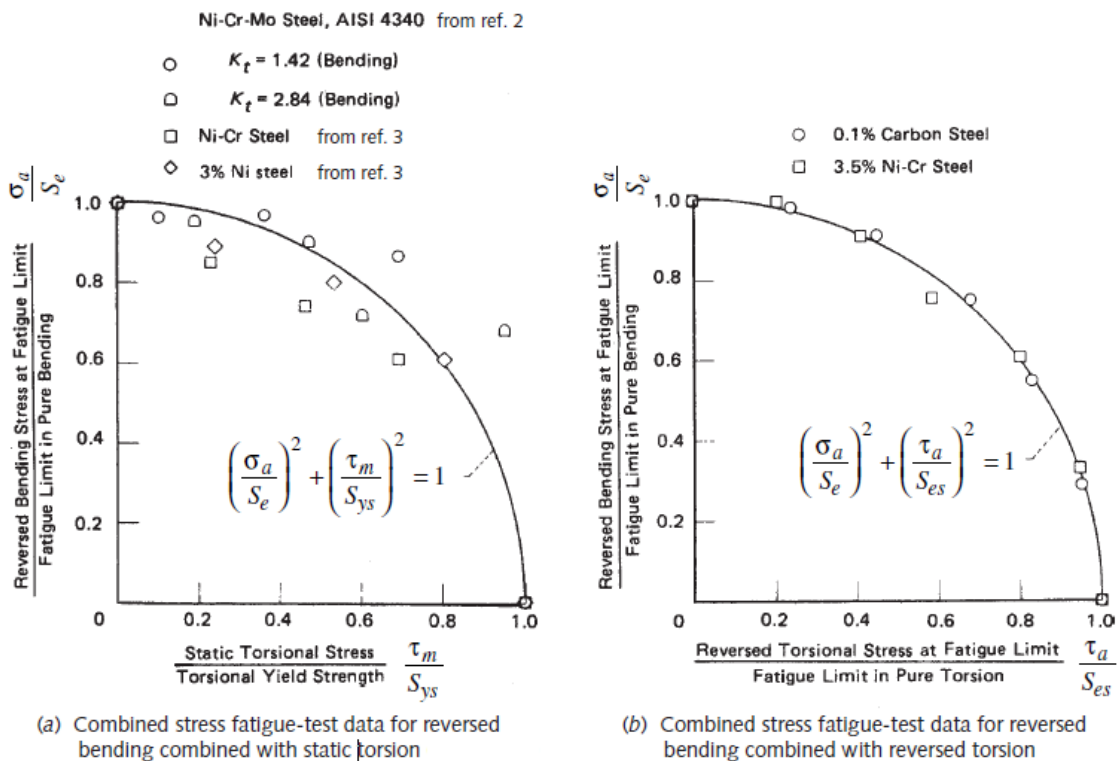
$$\sigma_{mean} = k_f \frac{32M_m}{\pi d^3} \quad (9)$$

$$\tau_{alt} = k_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} \quad (10)$$

$$\tau_{mean} = k_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (11)$$

تمامی موارد بالا، می توانند در مواردی به صورت ترکیبی در غالب تئوری و رابطه فون میسس نیز ارائه شوند.

در شکل زیر خرابی های شفت را در بارگذاری های ترکیبی مشاهده می کنید:



شکل شماره ۳- خرابی های شفت در بارگذاری های ترکیبی

## ۷. طراحی شفت

در حالت کلی برای طراحی یک شفت موارد زیر باید در نظر گرفته شود:

- برای کاهش انحرافات و تنش ها، طول شفت باید تا حد امکان کوتاه در نظر گرفته شود.

- تیرکی که تنها در یک انتها بصورت صلب به تکیه گاهی متصل شده است دارای انحراف بیشتری نسبت به تیر محاط شده توسط پایه ها می باشد (با همان طول، قطر و بار وارده).
- یک شفت توخالی دارای نسبت استحکام به جرم و فرکانس های طبیعی بیشتری نسبت به یک شفت توپر است، اما این شفت دارای قطر و قیمت بالاتری خواهد بود.
- سعی شود تا حد امکان افزایش دهنده های تنش، از مکان های دارای ممان خمشی بزرگ دور نگه داشته شوند و تاثیراتشان از طریق شعاع بزرگتر و آزادی بیشتری کاهش یابد.
- فولادهای کربن پایین معمولی به خوبی فولادهای با مقاومت های بالاتر هستند.
- انحراف در محدوده یاتاقان ها نباید از حد  $0,05$  اینچ تجاوز کند و شیب وابسته بین محور چرخ دنده ها باید کمتر از  $0,3$  درجه باشد.
- اگر از یاتاقان های ساده (غلاف دار) استفاده شود، میزان انحراف شفت باید از میزان ضخامت نوار روغن در یاتاقان کمتر باشد.
- اگر از یاتاقان های خود تراز نشونده<sup>۱</sup> استفاده شود، شیب شفت در قسمت یاتاقان ها باید از میزان  $0,4$  درجه کمتر باشد.
- اگر بازهای تراست محوری موجود باشند، باید از طریق یک یاتاقان تراست تک در جهت هر بار به زمینه انتقال داده شوند. بارهای محوری را بین یاتاقان های تراست تقسیم نکنید، زیرا ممکن است انبساط حرارتی شفت سبب ایجاد بارهای اضافی در یاتاقان ها شود.
- اولین فرکانس طبیعی شفت باید به طور حداقل  $3$  برابر بالاترین فرکانس نیروی محرک سیستم باشد یا حتی در بسیاری از موارد، عدد بالاتری مورد نظر می باشد.

#### • طراحی کامل از روش کد ASME

در سال ۱۹۷۲ انجمن آمریکایی مهندسان مکانیک کدی را برای طراحی محورهای انتقال بنا نهاد. در حال حاضر، سالیان زیادی است که این کد کنار گذاشته شده است ولی از لحاظ تاریخی قابل توجه می باشد. کد مورد نظر، یک تنش برشی مجاز تعریف می کند که مقدار کوچکتر، از میان دو مقدار زیر می باشد:

$$\tau_p = 0.3 S_{yt} \quad \text{or} \quad \tau_p = 0.18 S_{ut} \quad (12)$$

این کد می گوید که اگر تمرکز تنش ناشی از قوس پله یا جای خار ظاهر شود، این تنش باید ۲۵ درصد کاهش یابد. اگر به جای  $\tau_{max}$  در معادله،  $\tau_p$  را بگذاریم، خواهیم داشت:

$$\tau_p = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + T^2} \quad (13)$$

<sup>۱</sup> non-self-aligning rolling element bearings



در کد، گشتاور خمشی و گشتاور پیچشی به ترتیب در ضریبهای ترکیبی شوک و خستگی  $C_t, C_m$  بسته به شرایط هر کاربرد ضرب می شوند. پس خواهیم داشت:

$$\tau_p = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{(C_m M)^2 + (C_t T)^2} \quad (14)$$

حال می توان از رابطه بالا جهت محاسبه قطر محور استفاده کرد:

$$d = \{5.1/\tau_p [(C_m M)^2 + (C_t T)^2]^{1/2}\}^{1/3} \quad (15)$$

معادله بالا فرمول کد می باشد و همانطور که در حین بدست آوردن آن مشخص می شود، بر نظریه گسیختگی تنش برشی بیشینه مبتنی است. مقادیر پیشنهادی برای  $C_t, C_m$  در جدول زیر آورده شده است.

$C_t$	$C_m$	نوع بارگذاری
۱,۰	۱,۰	محور ساکن، بار تدریجی وارد می شود
۲,۰-۱,۵	۲,۰-۱,۵	محور ساکن، بار ناگهانی وارد می شود
۱,۰	۱,۵	محور چرخان، بار تدریجی وارد می شود
۱,۰	۱,۵	محور چرخان، بار پایا
۱,۵-۱,۰	۲,۰-۱,۵	محور چرخان، بار ناگهانی وارد می شود، شوک های کم
۳,۰-۱,۵	۳,۰-۲,۰	محور چرخان، بار ناگهانی وارد می شود، شوک های سنگین

جدول شماره ۱- مقادیر ضریب گشتاور خمشی و ضریب گشتاور پیچشی

باید توجه داشت که تنش طراحی در معادله (۱۲)، مقدار مجاز بیشینه است و طراح آزاد است که در صورت اقتضای شرایط، آن را کاهش دهد.

#### • خمش معکوس شونده و پیچش پایدار

هر محور چرخانی که تحت گشتاورهای خمشی و پیچشی ساکن بارگذاری شده باشد، به دلیل چرخش محور، تحت تنشی کاملا معکوس شونده تنش گذاری می شود، ولی تنش پیچشی پایا خواهد ماند. این حالت بسیار معمول است و احتمالا بیش از سایر بارگذاریها رخ می دهد. با استفاده از اندیس  $a$  برای تنش متناوب و اندیس  $m$  برای تنش میانگین معادله ها را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} \quad , \quad \tau_m = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (16)$$

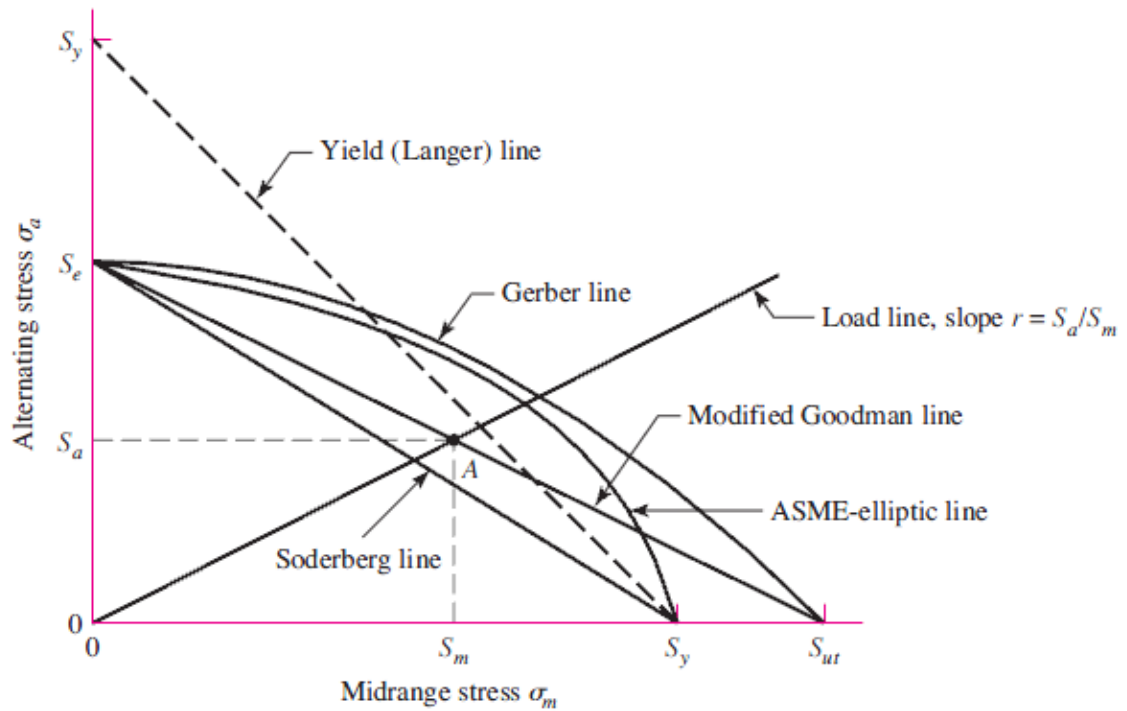
اگر  $S_e$  را به عنوان حد دوام کاملا تصحیح شده و  $n$  را به عنوان ضریب ایمنی مشخص کنیم، معادله طراحی چنین خواهد شد:

$$d = \left( \frac{32Mn}{\pi S_e} \right)^{1/3} \quad (17)$$

چون حضور  $\tau_m$  بر حد دوام خمشی اثر نمی گذارد.

### • روش سادربرگ

در ساده ترین کاربرد نمودار سادربرگ که در قسمت زیر مشاهده می کنید، از آن برای تعیین اندازه های قطعه ماشینی استفاده می شود که باید تنش پایا و تنش متناوبی از همان نوع را تحمل کند.



شکل شماره ۴- نمودار سادربرگ

نمودار سادربرگ استحکام برشی را نشان می دهد. تنش های برشی متناوب بر محور عمودی رسم می شوند، در حالی که تنش های برشی استاتیکی یا میانگین روی محور افقی رسم می شوند. همانگونه که در شکل نشان داده شده، خط سادربرگ خط مستقیمی بین حد دوام برشی کاملاً تصحیح شده  $S_{Se}$  و استحکام تسلیم در برش  $S_{Sy}$  است. باید توجه شود که حد دوام برشی، حد دوام جزء ماشین پس از به حساب آوردن اندازه، پرداخت سطح، قابلیت اعتماد، عمر، تمرکز تنش و غیره با استفاده از معادله زیر می باشد.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (18)$$

که در آن  $S_e$  حد دوام جزء مکانیکی،  $S'_e$  حد دوام نمونه تیرچرخان،  $k_a$  ضریب سطح،  $k_b$  ضریب اندازه،  $k_c$  ضریب قابلیت اعتماد،  $k_d$  ضریب دما،  $k_e$  ضریب اصلاحی برای تمرکز تنش و  $k_f$  ضریب اثرهای دیگر می باشد. برای به دست آوردن ضریب ایمنی  $n$  می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$n = \frac{\pi d^3}{16 \sqrt{\left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2}} \quad (19)$$

برای استفاده از فرمول بالا به عنوان فرمول طراحی، خواهیم داشت:

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[ \left(\frac{T}{S_{sy}}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (20)$$

یا به طور ساده تر:

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[ \left(\frac{T}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M}{S_e}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (21)$$

چون با استفاده از نظریه تنش برشی بیشینه، برای  $S_{sy} = 0.5S_y$  و  $S_{se} = 0.5S_e$  داریم:

برای موارد کلی تر که تنش خمشی و پیچشی شامل هر دو مولفه پایا و متغیرند، خواهیم داشت:

$$d = \left\{ \frac{32n}{\pi} \left[ \left(\frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_y}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (22)$$

کاربرد نظریه تنش برشی در معادله بالا مشاهده می شود. به رابطه بالا کد وستینگهاوس می گویند. می توان رابطه بالا را بر حسب تنش ها و استحکام ها مطرح نمود، در نتیجه رابطه زیر مطرح می گردد:

$$n = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\tau_a}{S_e} + \frac{2\tau_m}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2}} \quad (23)$$

#### • روش گودمن

این روش، روشی محتاطانه است که می توان هر جا که احتمال گسیختگی خستگی وجود داشته باشد از آن استفاده کرد. در روش جبری، رابطه گودمن به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (24)$$

#### • روش کلی

با توجه به ثابت های  $k, m, p$  ارائه شده در جدول شماره ۲، از معادله زیر می توان برای بیان همه آنها استفاده کرد.

پس خواهیم داشت:

$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^m + \left(\frac{KS_m}{S_{ut}}\right)^p = 1 \quad (24)$$

معادله بالا، معادله مارین نامیده می شود

ثابت p	ثابت m	ثابت k	نام نظریه
1	1	$S_{ut}/S_y$	سادربرگ
1	1	1	گودمن اصلاح شده
2	1	1	سهاموی ژربر
2	2	1	درجه دوم بیضوی
2	1	$S_{ut}/S_y$	باگسی

جدول شماره ۲- ثابتهای مقدار گسیختگی برای استفاده در معادله (۲۴)

## ۸. محاسبه سرعت بحرانی شفت

روتور دینامیک به عنوان شاخه ای از علم مکانیک شناخته شده است که سرعت بحرانی را به عنوان سرعت زاویه ای که فرکانس طبیعی بعضی از اجزای چرخشی را تحریک می کند تعریف می کند. در مورد پمپ های سانتریفیوژی که سیستم انتقال قدرت از الکتروموتور به پروانه توسط شفت انجام می شود، این سرعت، سرعت چرخشی اندازه گیری شده ای است که در آن ارتعاشات طبیعی رخ دهد. بسیار دور از انتظار نیست که انحراف شعاعی ایجاد شده به وسیله وزن پروانه، حتی با وجود نصب صحیح و متعادل پروانه، سبب ارتعاشات در یک پمپ افقی شود.

ارتعاشاتی که در یک روتور متوازن، در یک سرعت چرخشی مخصوص، ایجاد می شود، توسط اختلاف کوچکی در دانسیته روتور و انحرافات کوچک تراشکاری ایجاد می شود. این موضوع سبب جابه جایی کوچک مرکز جرم از مرکز محور چرخش می شود. با افزایش سرعت، نیروهای الاستیک فلز و نیروهای شعاعی ایجاد شده به وسیله چرخش، نامتوازن می شوند و ارتعاش اتفاق می افتد. این ارتعاشات انحراف شفت را زیاد می کند و می تواند سبب ساییدگی اجزاء (آب بندها، یاتاقان ها) و حتی شکسته شدن شفت شود. اگر سرعت همچنان افزایش یابد، این فرکانس طبیعی ناپدید می شود و ارتعاشات متوقف می شود اما در سرعت های بالاتر با فرکانس طبیعی دیگری مواجه می شویم. پایین ترین سرعت چرخشی که این ارتعاش طبیعی اتفاق می افتد، سرعت بحرانی نام دارد. معمولاً محدوده سرعت بحرانی از محدوده سرعت کاری پمپ ها فاصله دارد. اگر محدوده سرعت بحرانی کوچک باشد، بهتر است قبل از سرعت کاری پمپ قرار گیرد، در این صورت شفت را انعطاف پذیر می گویند و در صورتی که بعد از سرعت کاری قرار گیرد، شفت را شفت صلب یا محکم می نامند. لازم به ذکر است که سرعت بحرانی پمپ و شفت مفهومی جدا از یکدیگر نمی باشند.

• محاسبه سرعت بحرانی شفت (پمپ)

هنگامی که پمپ دارای شفت کوتاه و صلب باشد و در سرعت طراحی خود عمل کند پدیده رزنانس مورد توجه قرار نمی گیرد. سرعت بحرانی پمپ به صورت مستقیم به انحراف استاتیکی و انحراف استاتیکی به صورت مستقیم به وزن روتور، طول قسمت یک سر آزاد (آویخته) و قطر آن بستگی دارد. در حالت واقعی انحراف به دلایل الاستیسیته، اینرسی، پایه های یاتاقان و طول متغییر شفت بسیار پیچیده می باشد. مقدار انحراف شفت در اثر بار وارد بر آن از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_1 = \frac{WL^3}{3EI} \quad (25)$$

که در این فرمول  $Y$  انحراف بر حسب اینچ یا میلی متر،  $W$  نیروی وارد بر پروانه و یا وزن متعلقات چرخشی بر حسب پوند یا نیوتن،  $L$  طول شفت از مرکز یاتاقان داخلی تا مرکز پروانه بر حسب اینچ یا میلی متر،  $E$  مدول الاستیسیته ی فلز مورد استفاده در شفت و  $I$  ممان اینرسی برای شفت می باشد که برابر است با  $\frac{\pi d^4}{64}$ .

همچنین میزان انحراف شفت در اثر وزن خود شفت نیز از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Y_2 = \frac{wL^3}{8EI} \quad (26)$$

که در آن  $w$  وزن شفت بدون پروانه است.

که در نهایت، انحراف کلی حالت استاتیک شفت برابر است با:

$$Y = Y_1 + Y_2 \quad (27)$$

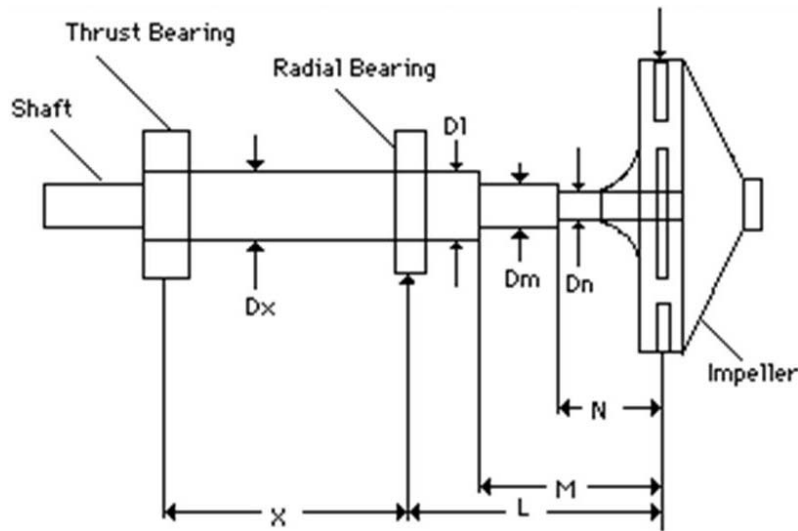
حال اگر شفت مورد نظر ما شفتی با قطرهای متفاوت (چند قطری) بود از رابطه زیر محاسبه می کنیم:

$$Y = \frac{F}{3E} \left[ \frac{L^3 - M^3}{J_L} + \frac{M^3 - N^3}{J_M} + \frac{N^3}{J_N} + \frac{L^2 X}{J_X} - \frac{3X}{2} \left( \frac{L^2 - M^2}{J_L} + \frac{M^2 - N^2}{J_M} + \frac{N^2}{J_N} + \frac{2LX}{3J_X} \right) + \frac{N^3}{2J_N} \right] \quad (28)$$

که در آن داریم:

- $Y$  ، انحراف شفت در خط مرکزی پروانه
- $F$  ، همان نیروی وارد بر پروانه است که در فرمول های بالا به شکل  $W$  بیان شده بود (به این نیرو عدم توازن شعاعی هیدرولیکی نیز می گویند).
- $M \& N$  ، فاصله خط مرکز پروانه به طبقه های (پله ها) روی شفت
- $L$  ، فاصله خط مرکز پروانه به خط مرکز یاتاقان داخلی
- $X$ ، فاصله بین دو خط مرکز یاتاقان ها
- $J_L, J_M, J_N, J_X$ ، ممان اینرسی قطرهای مختلف

• E ، مدول الاستیسیته ماده مورد استفاده در شفت



شکل شماره ۵- یک شفت چند پله ای

برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی خواهیم داشت:

$$F_{Radial Thrust} = \frac{K_q \cdot K \cdot H \cdot S \cdot G \cdot D_2 \cdot B_2}{10.2} \quad (29)$$

که در آن  $K$  فاکتور تراست شعاعی (بین ۰,۳ تا ۰,۳۵) ،  $S \cdot G$  گرانش مخصوص سیال،  $H$  هد کلی بر حسب متر در حالت نقطه بالاترین کارایی<sup>۲</sup>،  $B_2$  پهنای پروانه شامل دیواره ها به سانتی متر،  $D_2$  قطر خارجی پروانه به سانتی متر و داریم:

$$K_q = 1 - \left(\frac{Q}{Q_n}\right)^2 \quad (30)$$

که در آن  $Q$  دبی حقیقی پمپ بر حسب متر مکعب بر ساعت و  $Q_n$  دبی پمپ در حالت نقطه بالاترین کارایی بر حسب متر مکعب بر ساعت می باشد.

در ادامه برای مقایسه دو پمپ با شفت های متفاوت و کاربردهای یکسان از پارامتری به نام فاکتور باریک شوندگی<sup>۳</sup> شفت استفاده می کنیم. این پارامتر با در نظر گرفتن پارمترهای ابعادی شفت و نیز در نظر نگرفتن ضرائب ثابت موجود در معادله ۲ به صورت زیر به دست می آید:

$$Y = \frac{L^3}{d^4} \quad (31)$$

<sup>2</sup> Best efficient point

<sup>3</sup> Slenderness factor

اگر این فاکتور از لحاظ مقداری کمتر از عدد ۲ باشد (در سیستم SI) ما مشکلات زیادی با میزان خمش شفت نخواهیم داشت. اما اگر این مقدار بیشتر از عدد ۲ باشد امکان بروز مشکل در آب بندها، خود شفت و یاتاقان های پمپ وجود دارد.

فاکتور دیگری که در این قسمت مورد مطالعه قرار می گیرد فاکتور سختی یا انعطاف پذیری<sup>۴</sup> است. فاکتور سختی پارامتر مهمی در ماندگاری المان های چرخشی پمپ به حساب می آید. این فاکتور به ترتیب زیر محاسبه می شود:

$$F_f = \frac{X^4}{d^2} \quad (32)$$

که در آن  $X$  محدوده یاتاقان ها و  $d$  قطر شفت در محل قرار گرفتن پروانه می باشد. فاکتور انعطاف پذیری به طور مستقیم با انحراف استاتیکی شفت در ارتباط است. جدول زیر محدوده مقادیر خروج از مرکز شفت و روتور را بر حسب میزان فاکتور انعطاف پذیری نشان می دهد (این جدول بر اساس استاندارد API610 می باشد).

Flexibility factor $F_f \text{ mm}^2 (\text{in}^2)$	Allowable shaft runout, TIR <sup>a</sup> $\mu\text{m} (\text{in})$	Component fit on shaft	Allowable rotor radial runout, TIR <sup>a</sup> $\mu\text{m} (\text{in})$
$> 1.9 \times 10^9 (3.0 \times 10^6)$	40(0.0015)	Clearance	90 (0.003 5)
		Interference	60 (0.002 5)
$\leq 1.9 \times 10^9 (3.0 \times 10^6)$	25(0.0010)	Clearance	75 (0.003 0)
		Interference	50 (0.002 0)

جدول شماره ۳- محدوده مقادیر خروج از مرکز شفت و روتور بر حسب میزان فاکتور انعطاف پذیری

در این جا بهتر است یادآوری کنیم که هر قطعه ساخته شده از مواد الاستیک دارای دوره تناوبی طبیعی خواهد بود. این اتفاق به دلیل یکنواخت نبودن شفت و اختلاف دانسیته آن در هنگام ساخت می باشد. این خروج از مرکز در هنگامی که شفت در سرعتی بچرخد که نیروی گریز از مرکز آن از نیروی مقاومت الاستیک آن بیشتر باشد، سبب ایجاد انحراف می شود. در این سرعت شفت و متعلقات آن در صورت عدم توازن، مرتعش می شوند و این ارتعاش می تواند سبب از بین رفتن آب بندها و یاتاقان ها و نیز خستگی خود شفت شود. به پایین ترین سرعتی که این اتفاقات رخ می دهد سرعت بحرانی اول می گویند. پس از به دست آوردن میزان انحراف شفت در محل اتصال پروانه ، برای بدست آوردن میزان سرعت بحرانی اول از یکی از معادلات زیر استفاده می کنیم:

<sup>4</sup> Stiffness factor (Flexibility factor)

$$N_C = \frac{187.7}{\sqrt{Y(\text{inch})}} \quad (33)$$

$$N_C = \frac{946}{\sqrt{Y(\text{mm})}} \quad (34)$$

که در آن  $N_C$  سرعت بحرانی شفت می باشد.

برای ثابت نگه داشتن فواصل داخلی رینگ های سایشی پمپ های با پروانه بسته و برای جلوگیری از برخورد پروانه به محفظه و یا صفحه پشتی در پمپ های پروانه باز، اغلب کمپانی های پمپ سازی تمایل دارند که انحراف شفت پمپ خود را در بازه ۰,۰۰۵ تا ۰,۰۰۶ اینچی (۰,۱۲۵ تا ۰,۱۵۰ میلی متر) محدود کنند. با این اعداد خواهیم داشت:

$$N_C = \frac{946}{\sqrt{0.125}} = 2676 \text{ r.p.m} \quad \text{and} \quad N_C = \frac{946}{\sqrt{0.150}} = 2442 \text{ r.p.m}$$

این محدودیت ها برای پمپ هایی با حداکثر دور ۱۷۵۰ دور بر دقیقه مناسب می باشد. ولی برای پمپ هایی با دور بالاتر این محدودیت ها قابل قبول نمی باشد.

برای دانستن میزان انحراف شفت در پمپ های سانتریفیوژ، داشتن اطلاعات کافی در مورد نیروی شعاعی<sup>۵</sup> موجود در پمپ بسیار ضروری می باشد.

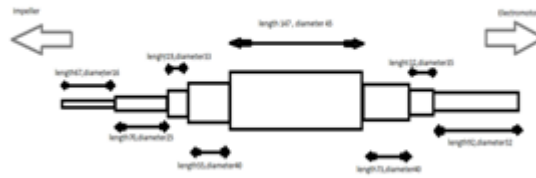
#### • مثال: محاسبه سرعت بحرانی شفت پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

مشخصات پمپ:

- ۱- قطر شفت در کمترین قسمت ۱۶ میلی متر
- ۲- قطر شفت در بیشترین قسمت ۳۲ میلی متر
- ۳- طول شفت از قسمت یاتاقان داخلی تا مرکز پروانه ۱۶۰ میلی متر
- ۴- مدول الاستیسیته فلز مورد استفاده در ساخت شفت (کربن-استیل)  $0.2 * 10^6$ .
- ۵- ممان اینرسی شفت ۷۸۵۳,۹۸ می باشد.
- ۶- وزن شفت و متعلقات آن برای محاسبه نیروی وارد بر پروانه ۷,۵ کیلوگرم (وزن پروانه ۱۴۰۰ گرم، وزن شفت ۴۲۵۰ گرم و وزن بلبرینگ های آن ۱۸۵۰ گرم) می باشد.

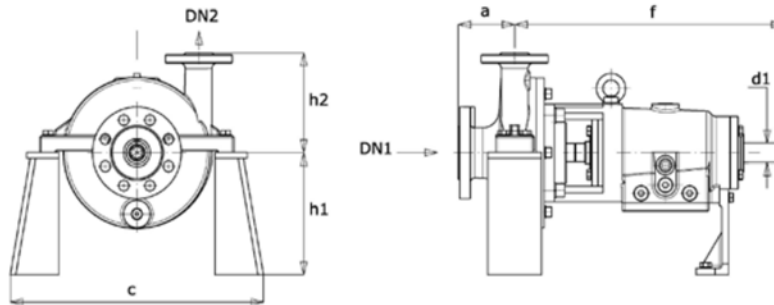
<sup>5</sup> Axial Thrust





شکل شماره ۶- شفت چند پله ای پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

پس برای این پمپ با شکل زیر داریم:



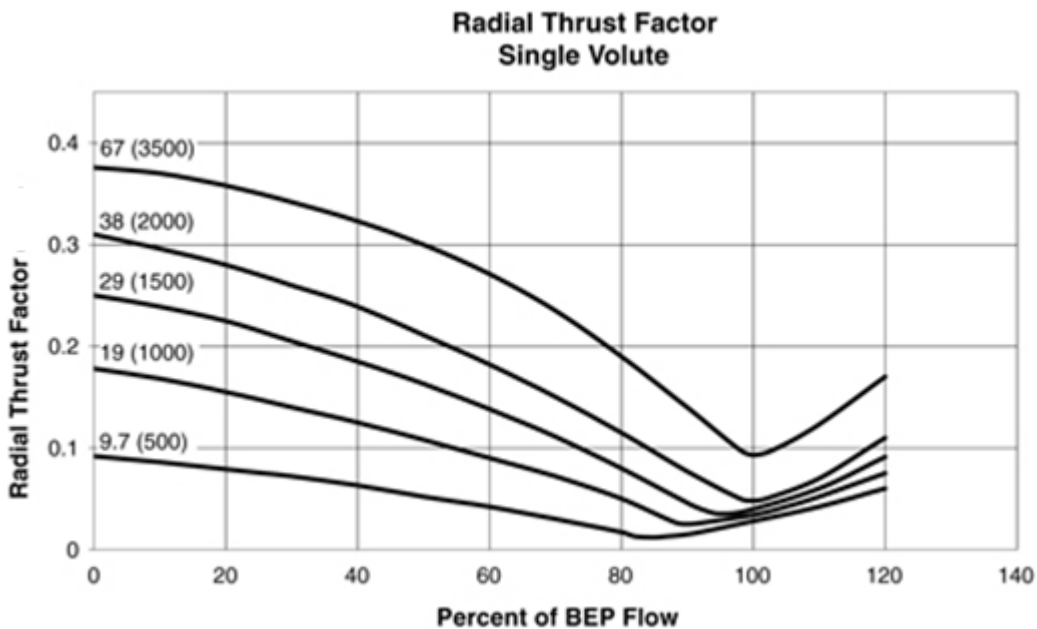
شکل شماره ۷- پمپ سانتریفیوژ OH2-25-200L

ابتدا به محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی می پردازیم. این نیرو طبق روابط زیر محاسبه می شود:

با توجه به دبی واقعی پمپ که ۳ متر مکعب بر ساعت می باشد و دبی آن در حالت بالاترین نقطه کارایی که ۳,۵ متر مکعب بر ساعت است خواهیم داشت:

$$F_{Radial Thrust} = \frac{0.46 \cdot 0.35 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 18.23 \cdot 2.5}{10.2} = 7 \text{ kilogram force} = 68.64 \text{ Newtons}$$

فاکتور تراست فرمول بالا، از طریق سرعت مخصوص پمپ و نمودار مربوطه که در شکل زیر مشاهده می کنید محاسبه می شود:



شکل شماره ۸- نمودار مقادیر فاکتور تراست بر حسب سرعت مخصوص پمپ

در شکل زیر شماتیکی از الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی را مشاهده می کنید:

### Radial Thrust Calculator

$$\text{Radial Thrust} : F_R = K_q \times K \times H \times S.G \times D_2 \times B_2 / 10.2$$

Enter the required data in the highlighted cells. If you do not know the pump specific speed use the Ns calculator below.

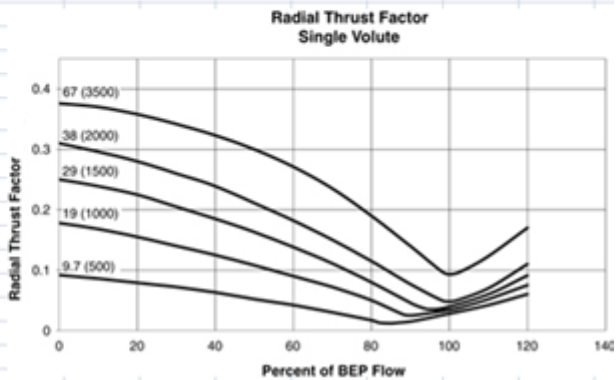
Q(actual) in m3/h	3
Qn at BEP in m3/h	3.5
Thrust Factor (between 0.3 and 0.35)	0.35
Thrust Factor (Kq) @ flow point	0.460225
Head (H) per Stage @ flow point in meter	10
Specific Gravity (S.G)	1
Impeller Diameter (D2) in Cm	18.235
Impeller Width (b2) @ discharge in Cm	2.5
<b>F<sub>R</sub> (Unbalanced Radial Thrust in kilograms of force)</b>	<b>7</b>



### Pump Specific Speed: $N_s = N \sqrt{Q} / H^{0.75}$

Enter the required data in the highlighted cells

Pump RPM (N)	2900
Flow (Q) @ BEP	3.5
Head (H) @ BEP	10
<b>Ns =</b>	<b>965</b>



شکل شماره ۹- الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه نیروی عدم توازن هیدرولیکی شعاعی

حال طبق رابطه ۲۸ و ساده سازی ارقام و ضرایب خواهیم داشت:

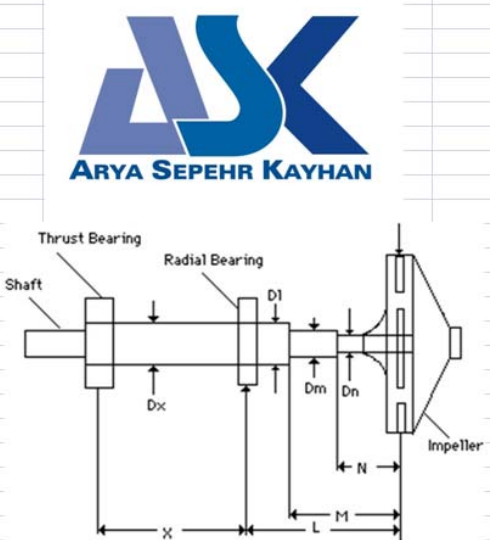
$$Y = \frac{68.64 * (160)^3}{3 * (0.2 * 10^6) * 7853.98} = 0.05966$$

که با توجه به رابطه ۳۴ خواهیم داشت:

$$N_c = \frac{946}{\sqrt{0.05966}} = 3873 \text{ (rpm)}$$

با توجه به الگوریتم زیر که برای محاسبه میزان انحراف شفت و سرعت اول بحرانی نوشته شده است، مشاهده می شود که تفاوت بسیاری در این دو مورد مشاهده نمی شود:

shaft deflection and first critical speed	
Input	
Radial Thrust(kiolgram force)	7
Shaft length from inboard bearing to center of impeller(mm)	160 (mm)
modul of elasticity(shaft material)	200000
shaft diameter(mm) at the impeller section	20 (mm)
Moment of inertia	7850
Output	
Shaft Deflection	0.061391 (mm)
Shaft first critical speed	3818.04 (rpm)



شکل شماره ۱۰- الگوریتم محاسباتی نوشته شده برای محاسبه میزان انحراف و اولین سرعت بحرانی شفت

مشاهده می کنیم که این عدد با توجه به سرعت پمپ که ۲۹۰۰ دور بر دقیقه است در حدود ۳۳ درصد بالاتر از این سرعت می باشد که با توجه به استاندارد API610 این سرعت باید حداقل ۲۰ درصد بالاتر از سرعت عملکرد دائمی پمپ باشد که این شرایط به طور کامل رعایت شده است.

از این رو می توان نتیجه گرفت که طراحی شفت پمپ صحیح و از ضریب ایمنی بالایی برخوردار می باشد. در ادامه این تحقیقات به این موضوع می پردازیم که افزایش این ضریب ایمنی تا چه میزانی مقرون به صرفه و اقتصادی می باشد.