مبانی ارتعاشات

Fundamental of Vibrations

مقدمه

در ادامه مباحث ارتعاشاتی و بررسی آنالیزهای ارتعاشاتی جانبی و پیچشی، لازم است که جهت تفهیم بهتر مباحث مطرح شده، به بررسی پایه‌ای ارتعاشات و سیستم‌های ارتعاشاتی و روابط حاکم بر این سیستم‌ها می‌پردازیم.

۱. سیستم‌های ۱ درجه آزادی

- اجزاء سیستم مجزاء

سیستمی است که از مجموعه‌ای از اجزاء که با یکدیگر به عنوان یک سیستم مستقل فعالیت می‌کنند شناخته می‌شود. اجزای سیستم‌های ارتعاشات مکانیکی در ۳ نوع متفاوت بوده و نیروها را به جابه‌جایی، سرعت و شتاب مربوط می‌سازند. مولفه‌ای که سرعت را به جابه‌جایی مربوط می‌سازد، فنر نام دارد. برای یک فنر خطی، نیروی F_s با تغییرات طول $\delta = x_2 - x_1$ متناسب است.

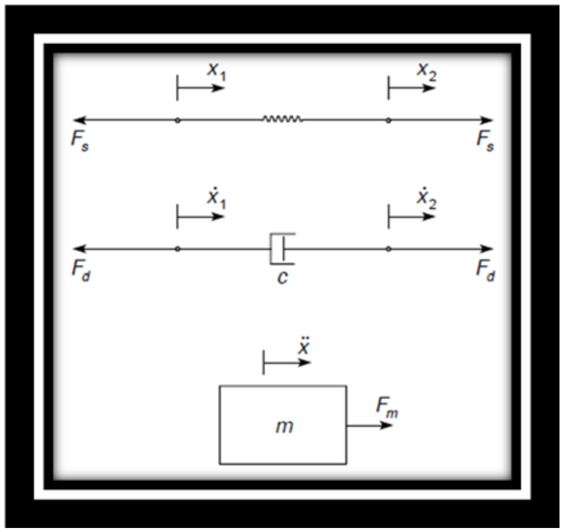
$$F_s = k\delta = k(x_2 - x_1)$$

که k نشان‌دهنده ثابت فنر یا ضریب استحکام و x_2 و x_1 جابه‌جایی دو انتهای فنر می‌باشند.

مولفه‌ای که نیرو را به سرعت مربوط می‌سازد میراکننده لزج یا میراکننده نام دارد. این سیستم شامل یک پیستون است که در داخل یک سیسلندر پر از مایع قرار گرفته و با حرکت پیستون به سمت داخل سیلندر، مایع در فاصله بین پیستون و سیلندر جابه-جا می‌شود. رابطه بین نیروی میرایی و سرعت نسبی پیستون نسبت به سیلندر، برابر است با:

$$F_d = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

که در آن c برابر است با ضریب میرایی لزج. لازم به ذکر است که دات‌ها در این روابط، نشان‌دهنده مشتق نسبت به زمان می‌باشند.



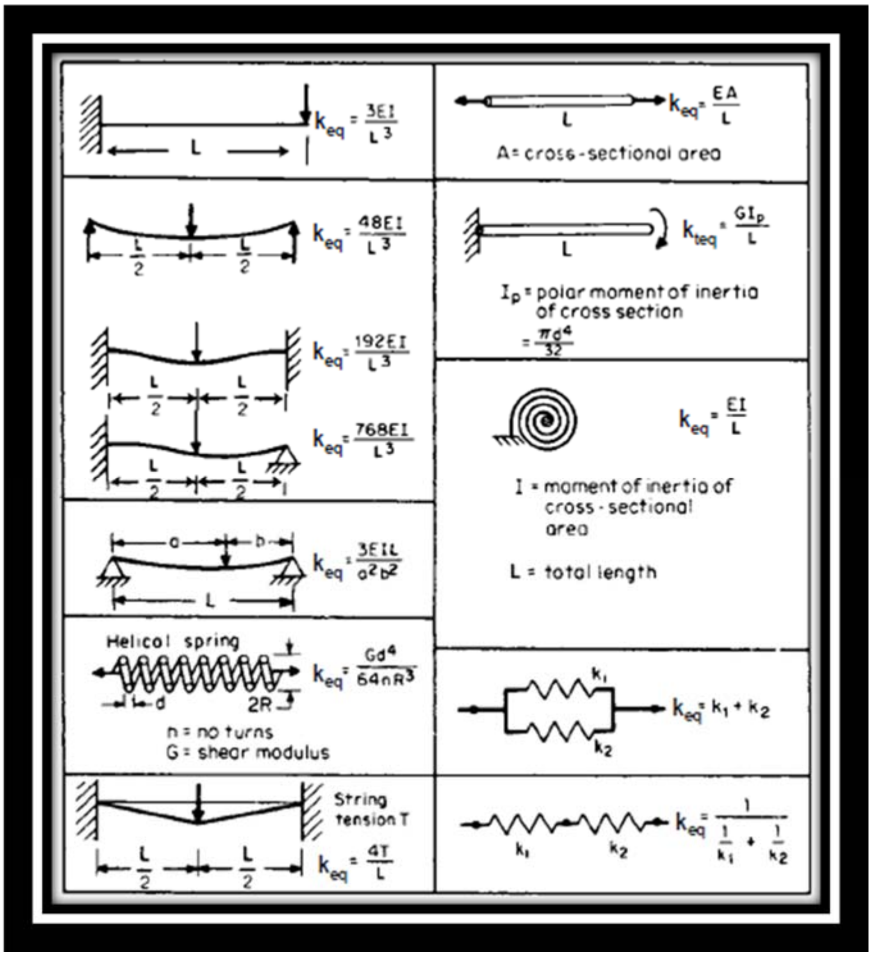
شکل ۱- سیستم‌های ساده ارتعاشاتی

رابطه بین نیرو و شتاب نیز مطابق با قانون دوم نیوتن می‌باشد:

$$F_m = m\ddot{x}$$

که در آن m نشان‌دهنده جرم می‌باشد. ثابت فنر، ضریب میرایی لزج و جرم، مشخصه‌های فیزیکی سیستم می‌باشند. این خصوصیات در نقاط متمرکز می‌باشند. توجه داشته باشید که تمامی فنرها و دمپرها به صورت بدون جرم و تمامی جرم‌ها به صورت صلب در نظر گرفته می‌شوند.

فنرها می‌توانند به طور سری و موازی با یکدیگر ترکیب شوند. در این موارد ضریب متناسب با نیروها و جابه‌جایی‌ها، ثابت معادل فنر نامیده می‌شود که به وسیله K_{eq} نشان داده می‌شود. در شکل زیر روابط بین اشکال مختلف و ثابت‌های معادل فنرها دیده می‌شوند:



شکل ۲- ثابت‌های معادل فنر

- معادله حرکت

رفتار دینامیکی بسیاری از سیستم‌های مکانیکی را می‌تواند با تخمینی دقیق، به وسیله سیستم جرم و فنر و دمپر، مدل‌سازی نمود.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

که در آن شرایط اولیه (مکان و سرعت اولیه) به صورت زیر می‌باشد:

$$x(0) = x_0 \quad ,\dot{x}(0) = v_0$$

رابطه بالا بر اساس یک مختصات می‌باشد که از این رو این سیستم‌ها را سیستم‌های یک درجه آزادی می‌گویند.

- ارتعاشات آزاد سیستم‌های نامیرا

با فرض دمپینگ صفر و نیروهای خارجی و تقسیم رابطه بالا بر m، داریم:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

در این مورد، ارتعاشات تنها با یک تحریک اولیه ایجاد می‌شود. جواب این معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$x(t) = Acos(\omega_n t - \phi)$$

جواب این معادله یک سیستم ساده ارتعاشاتی نوسانی با دامنه A و زاویه اختلاف فاز ϕ و فرکانس $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ می‌باشد. سیستم‌هایی که با این روابط تعریف می‌شوند، سیستم‌های نوسانی هارمونیک نامیده می‌شوند. از آن‌جایی که فرکانس ارتعاشات به عنوان یک خاصیت ذاتی سیستم و مستقل از سیستم است، آن را فرکانس طبیعی سیستم نیز می‌نامند. در طرف دیگر دامنه و زاویه فاز به سرعت و مکان اولیه، از طریق رابطه زیر مربوط می‌شوند:

$$A = \sqrt{{x_0}^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_n}\right)^2}$$

$$\phi = arctan\frac{v_0}{x_0\omega_n}$$

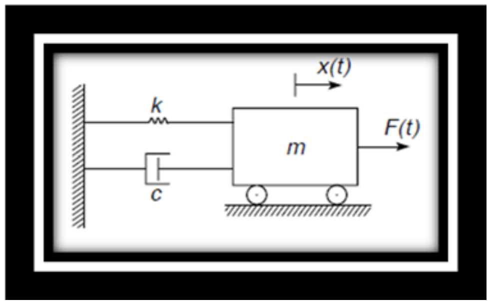
زمان مورد نیاز برای یک سیکل کامل حرکتی دوره تناوب نامیده می‌شود:

$$T = 2\pi/\omega_n$$

عکس دوره تناوب، تعریف دیگری از فرکانس طبیعی را به ما نشان می‌دهد:

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

که این رابطه بر حسب هرتز می‌باشد.



شکل ۳- یک نوسان‌کننده هارمونیک

- ارتعاشات آزاد سیستم‌های میرا

با صفر قرار دادن نیروهای خارجی و تقسیم معادله حرکت بر جرم خواهیم داشت:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + {\omega_n}^2 x(t) = 0$$

که در آن:

$$\zeta = c/2m\omega_n$$

فاکتور میرایی می‌باشد که این فاکتور یک ضریب بی‌بعد است.

اصل و ذات حرکت به فاکتور میرایی وابسته می‌باشد. مهم‌ترین حالت زمانی می‌باشد که $0 < \zeta < 1$.

در این مورد سیستم فرو میرا نامیده شده و پاسخی به صورت زیر دارد:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi)$$

$$\omega_d = (1 - \zeta^2)^{\frac{1}{2}}\omega_n$$

که در آن ω_d فرکانس ارتعاشات آزاد میرا می‌باشد.

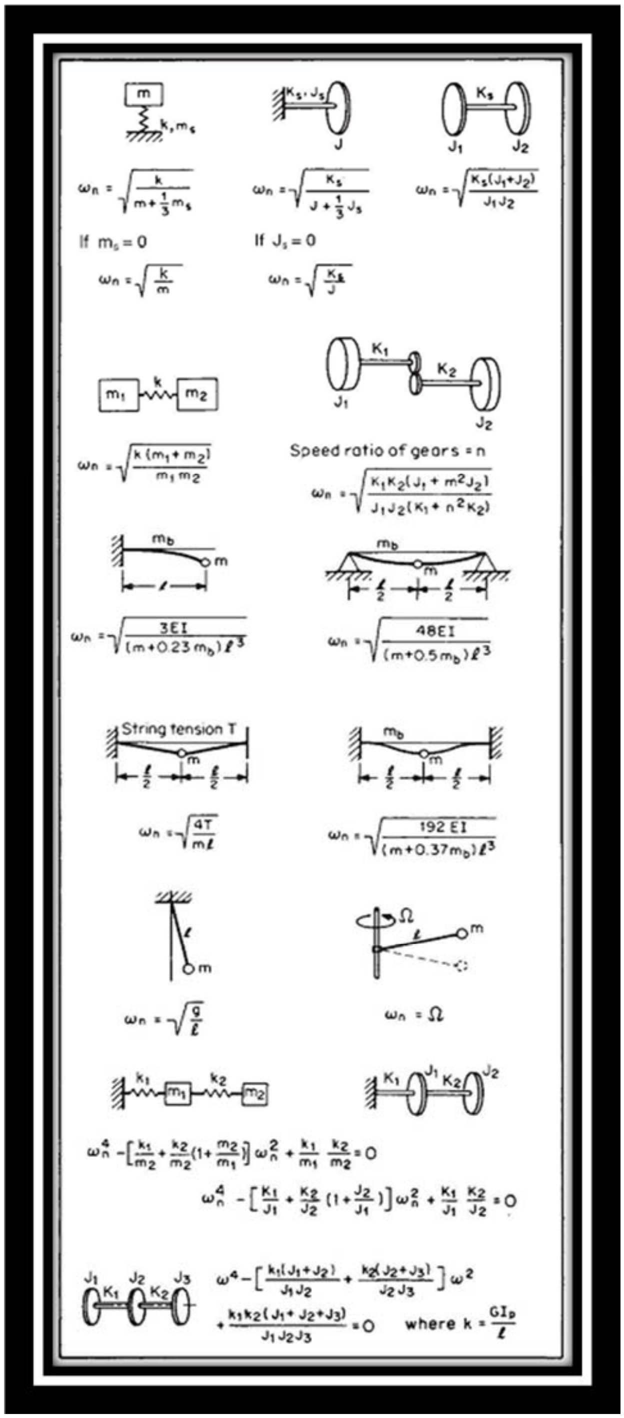
و دوره تناوب ارتعاشات میرا نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$T = 2\pi/\omega_d$$

دامنه و زاویه فاز از طریق رابطه زیر به مکان و سرعت اولیه مربوط می‌شوند:

$A = \sqrt{{x_0}^2 + (\zeta\omega_n x_0 + v_0)^2/{\omega_d}^2} \quad \phi = \arctan(\zeta\omega_n x_0 + v_0)/\, x_0\omega_d$

حرکتی که توسط پاسخ بالا تشریح می‌شود، ارتعاش نزولی می‌باشد که در آن $Ae^{-\zeta\omega_n t}$ ترم دامنه وابسته زمانی می‌باشد.



شکل ۴- نوسان‌کننده‌های هارمونیک و فرکانس‌های طبیعی

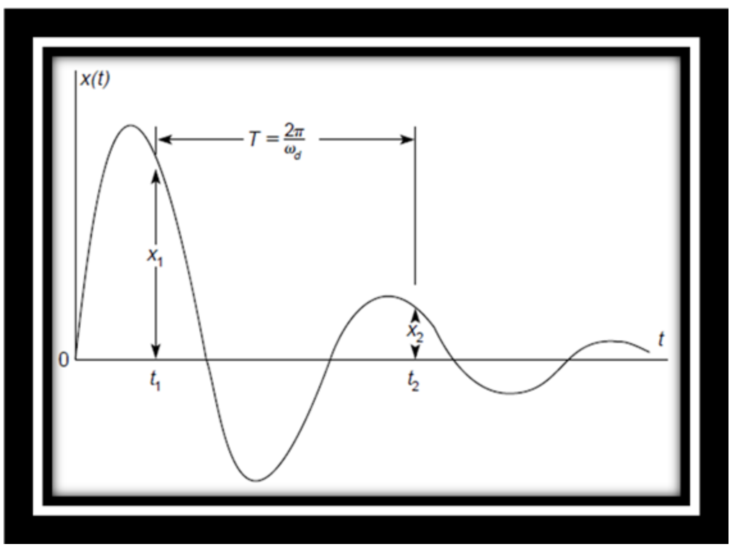
زمانی که $\zeta \geq 1$ باشد، پاسخ به صورت ارتعاشات غیرنوسانی خواهد بود. در شرایطی که $\zeta = 1$ باشد، میرایی بحرانی خواهد بود که خواهیم داشت:

$$C_c = 2m\omega_n$$

که C_c ضریب میرایی بحرانی خواهد بود. این ضریب تقریبا مرز بین ارتعاشات نوسانی و ارتعاشات غیرنوسانی می‌باشد. در واقع C_c کمترین ضریب میرایی برای حرکت غیرنوسانی می‌باشد. زمانی که $\zeta < 1$ باشد، سیستم فرامیرا می‌باشد.

- کاهش (دمپینگ) لگاریتمی

در اغلب مواقع فاکتور میرایی شناخته شده نبوده و باید به طور تجربی مشخص گردد. در مواردی که سیستم فرو میرا باشد این امر به وسیله رسم نمودار x(t) بر حسب t و اندازه‌گیری پاسخ بر اساس دو زمان متفاوت که توسط یک دوره تناوب کامل از یکدیگر جدا شده باشند، ممکن می‌باشد.



شکل ۵- نمودار x(t) بر حسب t و اندازه‌گیری پاسخ بر اساس دو زمان متفاوت

زمان‌ها را t1 و t1+T در نظر بگیرید، مکان‌های مترادف با آن‌ها را x1 و x2 فرض کنید. سپس خواهیم داشت:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{Ae^{-\zeta\omega_n t_1}\cos(\omega_d t_1 - \phi)}{Ae^{-\zeta\omega_n (t_1+T)}\cos(\omega_d (t_1 + T) - \phi)} = e^{\zeta\omega_n t}$$

که در آن:

$$\cos(\omega_d(t_1 + T) - \phi) = \cos(\omega_d t_1 - \phi + 2\pi) = \cos(\omega_d t_1 - \phi)$$

که این معادله به معادله کاهش لگاریتمی زیر می‌انجامد:

$$\delta = ln\frac{x_1}{x_2} = \zeta\omega_n t = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

که می تواند به عنوان یک فاکتور میرایی باشد:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$$

برای میرایی‌های کوچک، کاهش لگاریتمی نیز کوچک می‌باشد و فاکتور میرایی به وسیله رابطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$\zeta \approx \frac{\delta}{2\pi}$$

- پاسخ به تحریکات هارمونیک

حال شرایطی را در نظر بگیرید که نیروی محرک سیستم به صورت هارمونیک باشد. جهت تسهیل این موضوع نیروی محرک را در فرم زیر در نظر بگیرید:

$$F(t) = KA\,cos\omega t$$

که در آن K ثابت فنر، A دامنه نوسانات و ω فرکانس تحریک می‌باشد. با تقسیم کردن رابطه بر m خواهیم داشت:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + {\omega_n}^2x(t) = {\omega_n}^2A\,cos\omega t$$

پاسخ این معادله به فرم زیر می‌باشد:

$$x(t) = A|G(\omega)|\cos(\omega t - \phi)$$

که در آن:

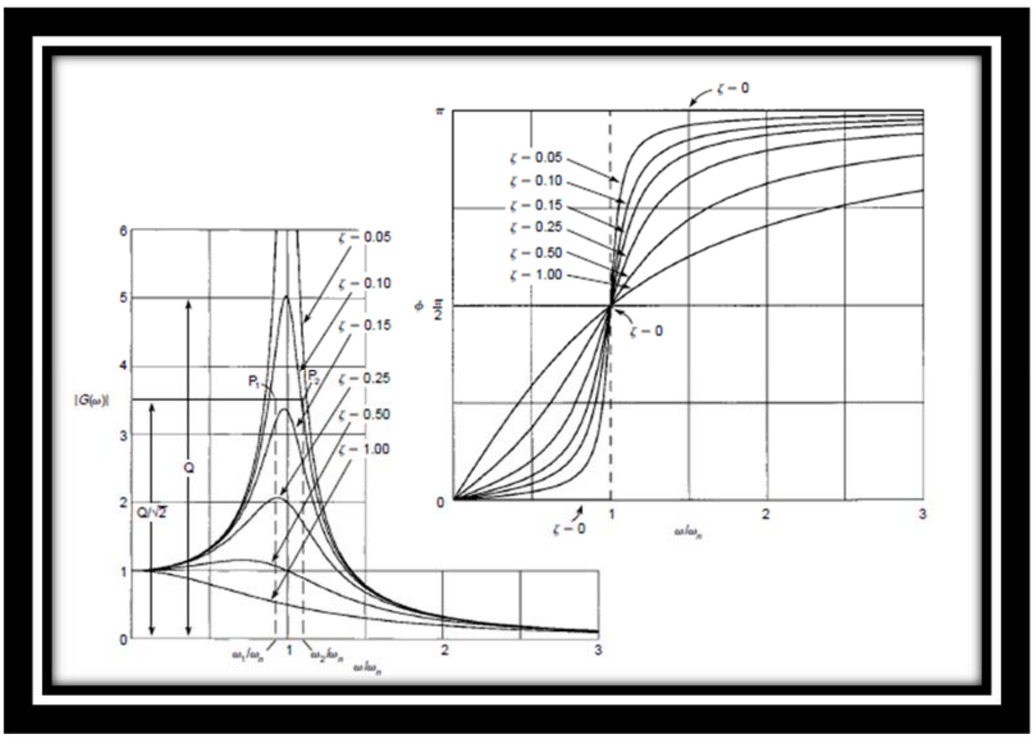
$$|G(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

که یک فاکتور شدت بی‌بعد می‌باشد. همچنین خواهیم داشت:

$$\phi(\omega) = tan^{-1}\frac{\frac{2\zeta\omega_n}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

که این مقدار نیز زاویه فاز می‌باشد. باید توجه داشته باشد که هم فاکتور شدت و هم زاویه فاز، به فرکانس تحریک ω وابسته می-باشند.

پاسخ این معادله نشان می‌دهد پاسخ به تحرکات هارمونیک، هارمونیک بوده و با همان فرکانس تحریک می‌باشد. اما دارای دامنه و زاویه فاز متفاوتی می‌باشد. در این‌گونه مسائل، اطلاعات بسیاری از رسم نمودار $|G|$ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$ و ϕ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$ به دست می‌آید. در شکل زیر این نمودارها بر اساس مقادیر مختلف ضریب میرایی مشاهده می‌شود:



شکل ۶- نمودار $|G|$ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$ و ϕ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$

در مقادیر کم $\frac{\omega}{\omega_n}$، فاکتور شدت بی‌بعد به سمت یک میل کرده و زاویه فاز به سمت صفر می‌رود. برای مقادیر بزرگ $\frac{\omega}{\omega_n}$ فاکتور شدت به سمت صفر و زاویه فاز به سمت ۱۸۰ درجه میل می‌کند.

لازم به ذکر است که $|G|_{max} = Q \approx \frac{1}{2}\zeta$، فاکتور کیفیت می‌باشد. در شرایطی که نیروی تحریک به صورت زیر باشد:

$F(t) = KA\, sin\omega t$

برای پاسخ سیستم خواهیم داشت:

$x(t) = A|G(\omega)|sin(\omega t - \phi)$

در شرایطی که زمان نقش خاصی را نداشته باشد، پاسخ هارمونیک پاسخ پایا (دائمی) نامیده می‌شود. در حالت کلی برای سیستم-های خطی با پارامترهای ثابت مثل سیستم فنر و جرم و دمپر می‌باشد. پاسخ به تحریکات اولیه، پاسخ گذرا را ارائه می‌دهد. این دلیل نام‌گذاری بدان معناست که این پاسخ با توجه به ضریب دمپینگ با گذشت زمان از بین می‌رود. در مقابل، پاسخ پایا در برابر زمان از بین نمی‌رود و ایستادگی می‌کند.

- تجزیه ارتعاشات

نیروی موجود در سیستم نشان داده شده در شکل شماره ۳ ترکیبی از نیروی فنر kx و نیروی میراکننده $c\dot{x}$ می‌باشد. برای یادآوری:

$kx = kA|G(\omega)|\cos(\omega t - \phi)$

$c\dot{x} = -c\omega A|G(\omega)|si\,n(\omega t - \phi) = c\omega A|G|\cos\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right)$

پس نیروی میراکننده، ۹۰ درجه با نیروی فنر اختلاف فاز دارد. بنابر این شدت این نیرو برابر است با:

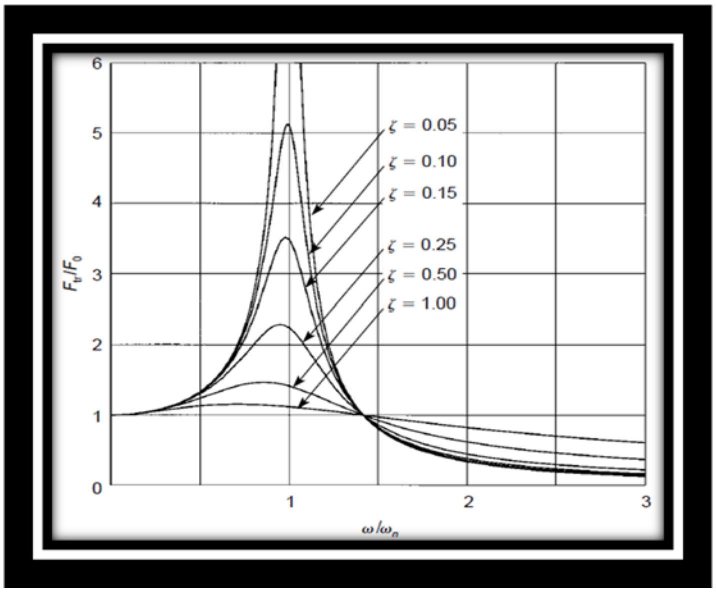
$$F_{tr} = \sqrt{(kA|G|)^2 + (c\omega A|G|)^2} = kA|G|\sqrt{1 + (c\omega/k)^2} = kA|G|\sqrt{1 + (\frac{2\zeta\omega}{\omega_n})^2}$$

با قرار دادن شدت نیروی محرک به میزان $F_0 = kA$، خواهیم داشت (برای نیروی انتقالی به مبنا):

$$T = \frac{F_{tr}}{F_0} = |G|\sqrt{1 + (\frac{2\zeta\omega}{\omega_n})^2} = \sqrt{\frac{1 + (\frac{2\zeta\omega}{\omega_n})^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

که نسبتی بی‌بعد به نام قابلیت انتقال را ارائه می‌دهد.

شکل زیر نمودار $\frac{F_{tr}}{F_0}$ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$ را به ازای مقادیر مختلف ضریب دمپینگ نشان می‌دهد:



شکل ۷- نمودار $\frac{F_{tr}}{F_0}$ بر حسب $\frac{\omega}{\omega_n}$ به ازای مقادیر مختلف ضریب دمپینگ

قابلیت انتقال برای $\frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2}$ کمتر از ۱ می‌باشد و با افزایش $\frac{\omega}{\omega_n}$ کاهش می‌یابد. از این‌رو برای یک عایق خوب، فرکانس طبیعی باید بسیار کوچک‌تر از فرکانس تحریک باشد. در فرکانس‌های پایین ممکن است جهت طراحی عایق با مشکل مواجه شویم.

در واقع فرکانس طبیعی از طریق روابط زیر به خمش استاتیک مربوط می‌شود:

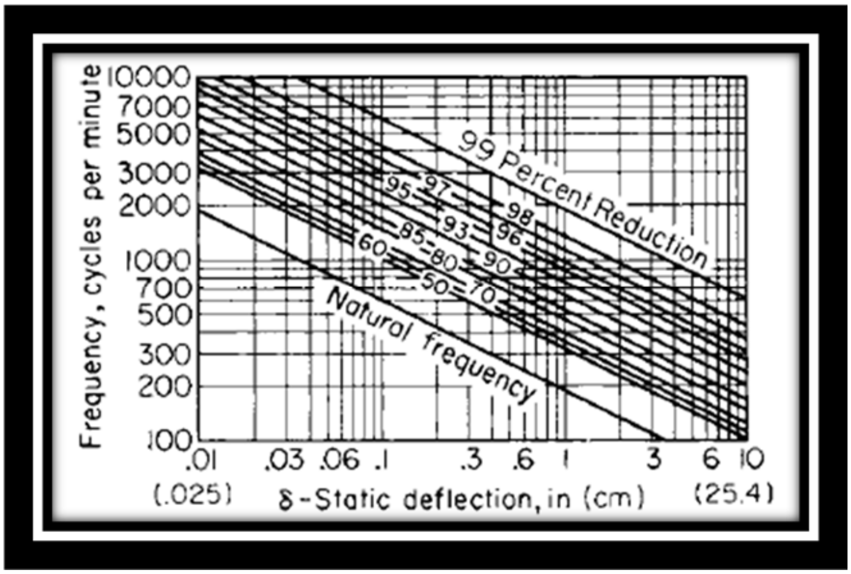
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

که در آن g ثابت گرانش می‌باشد.

برای فرکانس‌های طبیعی بسیار کوچک، خمش استاتیک به صورت غیرعملی بسیار بزرگ می‌باشد. رابطه بین فرکانس تحریک f که به صورت دور بر دقیقه اندازه‌گیری شده است و خمش استاتیکی که بر اساس اینچ اندازه‌گیری می‌شود را در رابطه زیر مشاهده می‌کنید:

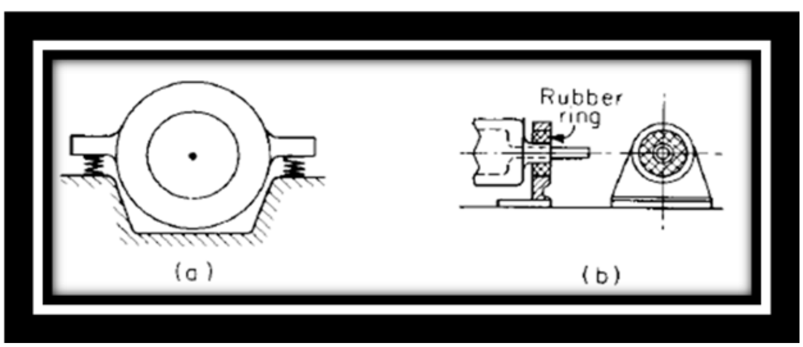
$$f(rpm) = 187.7\sqrt{\frac{2-R}{\delta_{st}(1-R)}}$$

که $R = 1 - T$ درصد کاهش ارتعاشات را نشان می‌دهد. شکل زیر نمایش لگاریتمی f بر حسب δ_{st} با پارامتری از R نشان می-دهد:



شکل ۸- نمایش لگاریتمی f بر حسب δ_{st} با پارامتری از R

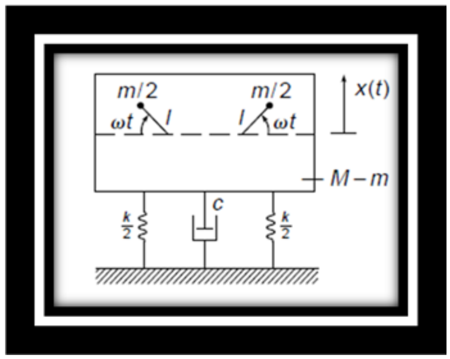
در شکل شماره ۹ دو سیستم جهت ایزوله کردن ارتعاشات را مشاهده می‌کنید. شکل الف ایزوله‌سازی را به وسیله فنر و شکل ب ایزوله‌سازی به وسیله حلقه‌های لاستیکی را نشان می‌دهد.



شکل ۹- دو سیستم ایزوله‌سازی ارتعاشات

- جرم‌های نامتعادل دوار

مرتبط با بسیاری از تجهیزات و ماشین‌ها که شامل تجهیزاتی چرخشی نسبت به بدنه اصلی می‌باشند. یک مثال متداول پمپ‌های سانتریفیوژ می‌باشند. در بسیاری از موارد جرم چرخشی نسبت به مرکز چرخش دارای تقارن نمی‌باشد و سبب افزایش تحریکات هارمونیک می‌شود. رفتار این گونه سیستم‌ها می‌تواند توسط یک سیستم یک درجه آزادی که در شکل زیر نشان داده شده است، شبیه‌سازی شود.



شکل ۱۰- یک سیستم یک درجه آزادی

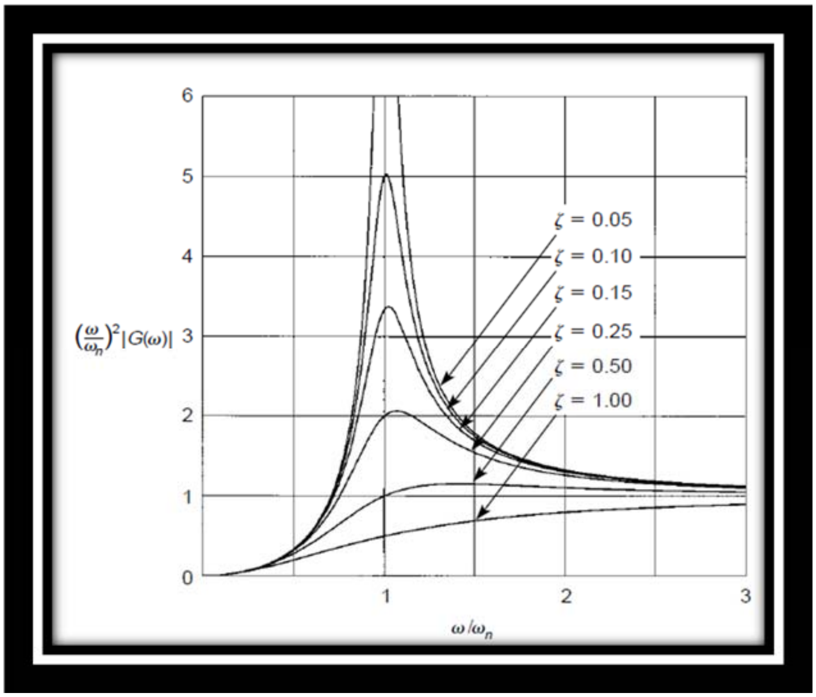
این سیستم شامل یک جرم اصل*M-m*، دو فنر و یک دمپر، دو جرم مختلف‌المرکز چرخشی در جهت خلاف سرعت زاویه‌ای سیستم ω می‌باشد. با اینکه در این سیستم ۳ جرم وجود دارد، اما از آن‌جایی که حرکت جرم‌های چرخشی نسبت به جرم بزرگ‌تر معین است، این سیستم از نوع ۱ درجه آزادی می‌باشد. معادله حرکت این سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ml\omega^2 sin\omega t$$

نتیجه این معادله به صورت زیر می‌باشد:

$$x(t) = \frac{m}{M}\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 |G(\omega)| \sin(\omega t - \phi) \quad and\ {\omega_n}^2 = \frac{k}{M}$$

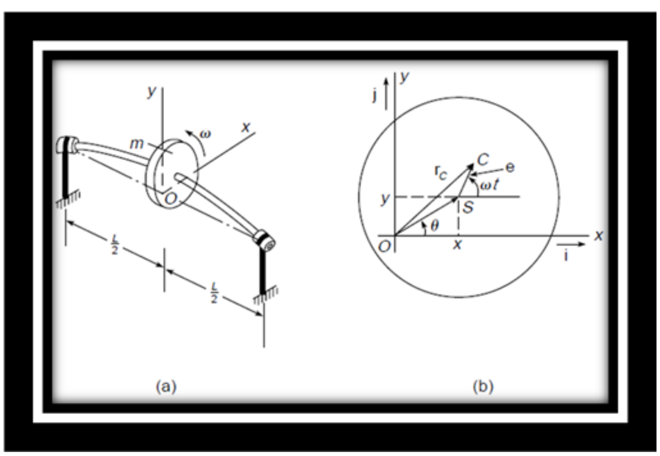
در این مورد فاکتور شدت $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 |G(\omega)|$ می‌باشد. در شکل شماره ۱۱ این فاکتور بر حسب زاویه فاز و به ازای مقادیر مختلف ضریب دمپینگ، مشاهده می‌شود:



شکل ۱۱- فاکتور شدت بر حسب زاویه فاز

- گردش محورهای چرخشی

بسیاری از سیستم‌های مکانیکی شامل شفت‌های چرخشی می‌باشند. در صورتی که این شفت‌ها دارای لنگی یا خروج از مرکز باشند، نیروی گریز از مرکز ایجاد شده سبب خمش شفت می‌شود. مطابق شکل زیر، به چرخش صفحه شامل شفت، حول محور یاتاقان‌ها چرخش (*whirling*) می‌گویند.



شکل ۱۲- شماتیک یک شفت و نیروهای وارد بر آن

مرکز هندسی دیسک با s و مرکز جرم آن با C مشخص شده است. فاصله بین این دو نقطه را خروج از مرکز می‌نامند. شفت بدون جرم و با ضریب استحکام keq و دیسک به صورت صلب با جرم m در نظر گرفته می‌شود. معادلات حالت برای این سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$\ddot{x}(t) + {\omega_n}^2 x(t) = e\omega^2\, cos\omega t$$

$$\ddot{y}(t) + {\omega_n}^2 y(t) = e\omega^2\, sin\omega t$$

$${\omega_n}^2 = \frac{k_{eq}}{m}$$

با فرض تکیه‌گاه‌های ساده برای شفت خواهیم داشت:

$$k_{eq} = \frac{48EI}{L^3}$$

که در آن E مدول الاستیسیته، I ممان اینرسی سطح مقطع مورد نظر و L طول شفت می‌باشد. معادلات بالا جوابی به صورت زیر خواهند داشت:

$$x(t) = \frac{e\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} cos\omega t$$

$$y(t) = \frac{e\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\ sin\omega t$$

روشن است که پدیده رزنانس زمانی اتفاق می‌افتد که سرعت زاویه‌ای چرخشی شفت با فرکانس طبیعی آن منطبق و هم‌زمان شود. در واحد دور بر دقیقه، سرعت بحرانی دارای مقداری به صورت زیر می‌باشد:

$$f_c = \frac{60}{2\pi}\omega_n = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{48EI}{mL^3}} \quad (rpm)$$

- دمپینگ‌های سازه‌ای

تجربه نشان می‌دهد که انرژی در تمامی سیستم‌های حقیقی، حتی آن دسته از سیستم‌ها که به صورت غیرمیرا فرض می‌شوند، از بین می‌رود. به عنوان مثال به دلایل اصطکاک داخلی، انرژی در فنرهای حقیقی تحت فشار تناوبی از بین می‌رود.

به این نوع از میرایی، میرایی سازه‌ای و یا میرایی هیستریتیک[1] می‌گویند. سیستمی با دمپینگ سازه‌ای و تحریکات هارمونیک با فرکانس ω نیز می‌تواند مورد بحث قرار گیرد، در صورتی که دمپینگ لزجی با ضریب معادل زیر داشته باشد:

$$c_{eq} = \frac{\alpha}{\pi\omega}$$

که در آن α ثابت ماده می‌اشد. در این حالت معادله حرکت برابر است با:

$$m\ddot{x} + \frac{\alpha}{\pi\omega}\dot{x} + kx = kAcos\omega t$$

جواب این معادله برابر است با:

$$x(t) = A|G(\omega)|\cos(\omega t - \phi)$$

که فاکتور شدت و زاویه فاز برابرند با:

$$G = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \gamma^2}}$$

$$\phi = tan^{-1}\frac{\gamma{\omega_n}^2}{\omega\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2}$$

که در آن‌ها:

$$\gamma = \frac{\alpha}{\pi k}$$

که به عنوان فاکتور دمپینگ سازه‌ای شناخته می‌شود. باید توجه داشت که رابطه بین دمپینگ سازه‌ای و دمپینگ لزج تنها برای ارتعاشات هارمونیک صادق می‌باشد.

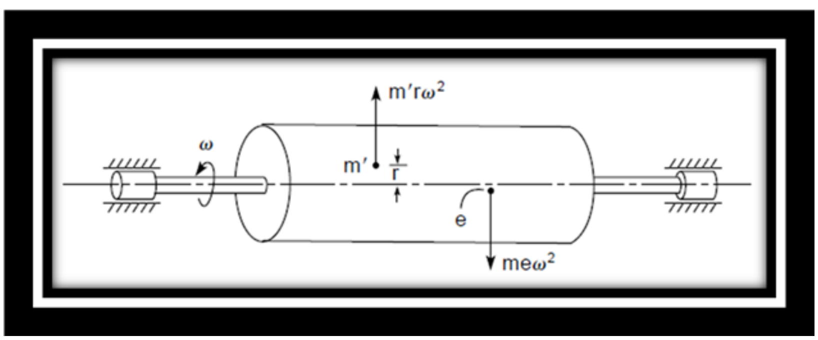
- بالانس ماشین‌های دوار

ماشین‌هایی مثل موتورهای الکتریکی، ژنراتورها، توربین‌ها و کمپرسورها حاوی روتورهایی هستند که توسط یاتاقان‌هایی حمایت می‌شوند. در بسیاری از موارد روتورها نسبت به یاتاقان‌ها در سرعت بسیار بالایی می‌چرخند که در بعضی موارد این سرعت به

[1] hysteretic

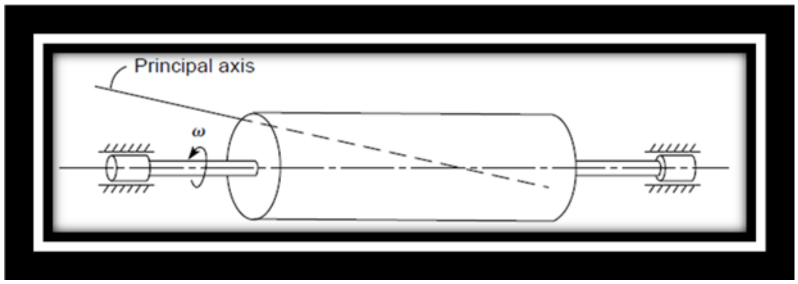
هزاران دور بر دقیقه می‌رسد. به صورت ایده‌آل روتورها صلب و محور چرخش آن‌ها منطبق بر یکی از محورهای اصلی آن‌ها می‌باشد. یعنی مرکز جرم روتور بر محور چرخش آن قرار دارد. چنین روتوری دارای لنگی نبوده و تنها نیروی وارد بر یاتاقان‌ها با توجه به وزن روتور می‌باشد. چنین روتوری را بالانس کامل می‌گویند. این شرایط ایده‌آل بسیار به ندرت اتفاق افتاده و معمولا در واقعیت مرکز جرم در فاصله e (خروج از مرکز) از محور چرخش قرار می‌گیرد که در نتیجه یک نیروی خالص گریز از مرکز بر روی روتور ($F = me\omega^2$) وارد می‌شود که در آن m جرم روتور و ω سرعت زاویه‌ای روتور می‌باشد. نیروی گریز از مرکز به وسیله عکس‌العمل نیروها در یاتاقان‌ها بالانس می‌شود که تمایل بسیاری به سایش یاتاقان‌ها در طول زمان دارد.

عدم تعادل یاتاقان‌ها به دو دسته عدم تعادل استاتیکی و عدم تعادل دینامیکی تقسیم می‌شود. عدم تعادل استاتیکی را از قرار دادن روتور بر روی ریل‌های موازی می‌توان شناسایی کرد. سپس مرکز جرم در پایین‌ترین نقطه صفحه عمودی در راستای محور چرخش و زیر این محور قرار می‌گیرد. برای بالانس استاتیکی روتور، لازم است که یک جرم $\acute{m}$ در همان صفحه در فاصله r از محور چرخش و بالای این محور اضافه شود، که $\acute{m}$ و r باید طبق رابطه $\acute{m}r = me$. در این روش نیروی گریز از مرکز خالص بر روی روتور صفر می‌باشد. نتیجه خالص بالانس استاتیکی آن است که مرکز جرم منطبق بر محور چرخش گردد، که در نتیجه روتور در هر نقطه‌ای روی ریل قرار می‌گیرد. در هر صورت، با وجود اینکه جرم $\acute{m}$ بر روی خط شامل m قرار داشته و با محور یاتاقان نیز زاویه درستی دارند، اما نیروی گریز از مرکز وارد بر m و $\acute{m}$ یک نیروی کوپل را تشکیل می‌دهد. بالانس استاتیکی زمانی مناسب است که روتور به صورت یک صفحه نازک باشد که در این مورد نیروی کوپل تمایل به کوچک شدن دارد.



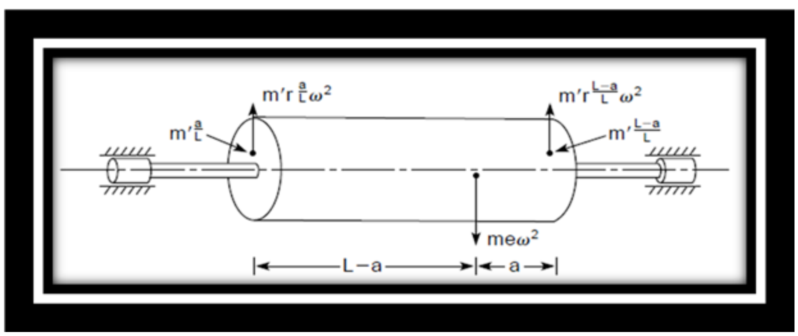
شکل ۱۳- شماتیکی از ایجاد نیروی کوپل در شفت

به طور کلی، برای اهداف کاربردی، جرم $\acute{m}$ بر روی محور شامل m و عمود بر محور یاتاقان‌ها قرار نمی‌گیرد. از این رو اگرچه در بالانس استاتیکی مرکز جرم بر محور چرخش منطبق می‌شود، اما محور اصلی روتور بر محور یاتاقان منطبق نمی‌شود و همان امر سبب تکان خوردن روتور در هنگام ارتعاش می‌شود.



شکل ۱۴- شماتیکی از عدم انطباق محورها

در این مورد گفته می‌شود که روتور به صورت دینامیکی نامتعادل می‌باشد. واضح است که دلخواه ماست که با قرار دادن جرم $\acute{m}$ ، روتور به هر دو صورت دینامیکی و استاتیکی بالانس شود. با توجه به این موارد، لازم است بدانیم که دو صفحه انتهایی روتور مکان-های مناسبی جهت نصب جرم‌های تصحیح‌کننده می‌باشد. در شکل زیر اگر مرکز جرم در فاصله a از انتهای سمت راست قرار داشته باشد، بالانس دینامیکی از قراردادن جرم‌های $\acute{m}a/L$ و $\acute{m}(L-a)/L$ در تقاطع صفحه عدم تعادل و صفحه انتهای قسمت چپ روتور و صفحه انتهای قسمت راست به دست می‌آید. در این روش نیروی برآیند گریز از مرکز صفر می‌باشد و دو کوپل ایجاد شده در جهتی مخالف اما با مقدار برابر می‌باشند ($\acute{m}(L-a)\omega^2/L$). پس این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند. این موارد در یک روتور کاملا بالانس چه استاتیکی و چه دینامیکی رخ می‌دهند.



شکل ۱۵- شماتیکی از جابه‌جایی مرکز جرم‌ها

مراجع

[1]: EUGENE A. AVALLONE, Marks’ Standard Handbook for Mechanical Engineers, Tenth Edition, McGRAW-HILL, 1996
[2]: API 684, First Edition, 1996